14/1 (2016), 83–113
DOI: 10.5485/TMCS.2016.0420
tmcs@science.unideb.hu
http://tmcs.math.unideb.hu

Teaching Mathematics and Computer Science

Fehleranalyse beim Lösen von offenen Aufgaben Ergebnisse einer empirischen Studie in der Grundschule

Gabriella Ambrus und Kinga Szűcs

Abstract. Open problems play a key role in mathematics education, also in primary school. However, children in primary school work in many relations in a different way from learner in secondary school. Therefore, the (possibly) first confrontation with an open task could be problematical. Within the framework of an international paper and pencil test it was examined how far children of primary school notice the openness of a task and which mistakes they do during working on that task. In particularly are meant by openness different interpretations of the task, which all lead to a set of numbers with more than one element as a result. For evaluation, a common classification system was adapted by slightly modification of the original system.

Key words and phrases: open task, problemsolving, student errors, educational research.

ZDM Subject Classification: B10, D50, D60, F90, Q70.

1. Forschungsanlass und Ziele der Forschung

Offenen Aufgaben wird im heutigen Mathematikunterricht eine besonders große Rolle beigemessen, insbesondere, weil die Auseinandersetzung mit offenen Aufgaben zur Förderung wichtiger mathematischer Kompetenzen wie Argumentieren, Modellieren und Problemlösen beitragen kann ([18] S. 16f). Überdies sind weitere Vorteile des Einsatzes von offenen Aufgaben im Mathematikunterricht bekannt, ebenfalls bei Greefrath ([18] S. 17) ist ein kurzes Resümee der diesbezüglichen didaktischen Forschung nachzulesen. Das Spektrum reicht von Gelegenheit zur Schüleraktivität bzw. zur selbstständigen und kreativen Arbeit über Ausweitung des heuristischen Erfahrungsschatzes bis hin zu Verständniswecken und Motivationssteigerung. Wie Schüler[1] der Sekundarstufe (in erster Linie der Sekundarstufe I) offene Aufgaben bearbeiten, wurde in verschiedenen Klassenstufen und in ver-schiedenen Kontexten bereits untersucht (beispielsweise [18] [10]). Schüler der Primarstufe arbeiten jedoch weniger bewusst, weniger systematisch und weniger abstrakt als Schüler der Sekundarstufe ([20] S.103). Somit stellt sich nicht nur die Frage, welche inhaltlichen Kontexte für den anfänglichen Unterricht im Bereich der offenen Aufgaben geeignet sind bzw. wie die Metakognition bei Grundschulkindern gefördert werden kann, sondern vielmehr, ob Grundschulkinder überhaupt offene Aufgaben erkennen. Beispielsweise, ob sie erkennen, dass Bedingungen formuliert werden sollen, bzw. ob sie erkennen, dass unter den formulierten Bedingungen die Lösungsmenge der Aufgabe aus mehreren Zahlen bestehen kann.

Wird die Offenheit einer Aufgabe nicht wahrgenommen, wird z.B. indirekt angenommen, dass jede Aufgabe genau eine Zahl als Resultat haben kann und es werden keine Bedingungen formuliert, so wird ein wesentlicher Aspekt der Aufgabe außer Acht gelassen. Dies soll zwar nicht als Fehler interpretiert werden (siehe auch Abschnitt 4.3), kann aber auf eine bestimmte Haltung mathematischen Aufgaben gegenüber hindeuten und kann auch mit dem vorangegangenen Unterricht zusammenhängen. Systematische Fehler beim mathematischen Arbeiten können allerdings auch u.a. über (Fehl-) Vorstellungen von Begriffen, über individuelle Lösungsstrategien und -wege sowie über individuelle Handlungsmodelle Rückmeldung geben [17]. Fehler im Zusammenhang mit offenen Aufgaben werden oft bezogen auf Modellierungsaufgaben untersucht und demzufolge in erster Linie anhand des Modellierungskreislaufes (z.B. [25]) strukturiert und analysiert (bei-spielsweise [20]). Eine Analyse dieser Art setzt allerdings vielmehr Aspekt der Modellierung als den der Offenheit in den Fokus.

Aufgrund der obigen Überlegungen ergeben sich folgende Forschungsfragen:

- Nehmen Schüler der Primarstufe offene Aufgaben als solche wahr? D.h. erkennen Sie, dass die Aufgabe einen bestimmten Interpretationsspielraum hat? Inwieweit können sie mit der Offenheit der Aufgabe umgehen? Inwieweit versuchen die Schüler also, für die Aufgabe Bedingungen zu formulieren?
- Welche Fehler begehen Schüler der Primarstufe bei einer ersten Auseinandersetzung mit offenen Aufgaben? Wie können diese Fehler kategorisiert werden?

[1] Der besseren Lesbarkeit halber wird im Folgenden durchgehend der Ausdruck “Schüler” in der männlichen Form gebraucht. Die weibliche Form ist selbstverständlich mit eingeschlossen.

Unterscheiden sich diese Fehler von Fehlern, die beim Lösen von geschlossenen Aufgaben gemacht werden?

Um diesen Forschungsfragen in erster Annäherung nachzugehen, wurden in den Jahren 2010 und 2011 schriftliche Tests in sieben Grundschulen, in insgesamt 15 Schulklassen in Ungarn, Deutschland und Finnland durchgeführt, bei denen die Schüler eine offene Aufgabe ohne zusätzlichen Hinweis auf mehrere Lösungen oder Lösungswege bearbeiteten. Zur Auswertung der Lösungsansätze bzw. zur Analyse der begangenen Fehler wurden Fehlerkategorien entwickelt, die auf denen von Radatz [36] basieren.

2. Theoretischer Hintergrund

2.1. Offenheit - offene Aufgaben im Mathematikunterricht

Die Beschäftigung mit inner- oder außermathematischen Problemen geschieht oft in offenen Situationen, in denen zuerst die konkreten Aufgaben bestimmt werden müssen. Daher kann Offenheit als "ein typisches Merkmal eines authentischen Umgangs mit Mathematik" ([13] S. 88f) betrachtet werden. Merkwürdigerweise wird Mathematik meistens jedoch durch geschlossene Aufgaben unterrichtet und dadurch ein abgeschlossenes Bild über Mathematik vermittelt (vgl. [13] S.89f). Was allerdings Offenheit bei Mathematikaufgaben bedeutet, wird in der Literatur verschiedenartig formuliert:

Zimmermann gibt zum Beispiel sieben Charakteristika offener Probleme an [42] S.40), zu denen u.a. eine konkrete Ausgangsfrage, eine hohe Erfolgsdichte, die Forderung von Ausdauer und Frustrationstoleranz aber auch die Möglichkeit zur Variation der Aufgabe sowie zur inneren Differenzierung gehören. Silver schreibt über vier verschiedenen Bedeutungen von offenen Problemen [38] ungelöste mathematische Probleme, Aufgaben, die mehrere Interpretationen sowie Ergebnisse zulassen, weiterhin Aufgaben, die über mehrere Lösungswege lösbar sind und Aufgaben, die zu neuen Problemen führen oder verallgemeinert werden können. Offenheit bei Aufgaben kann aber auch "über die Abgrenzung vom Gegenteil erklärt werden" ([13] S.89). In diesem Sinne kann einfach gesagt werden - an diese Auffassung lehnen sich die Autorinnen der vorliegenden Arbeit an -, dass eine Aufgabe offen ist, wenn sie nicht geschlossen ist. Eine Aufgabe ist aber geschlossen, wenn die Ausgangs- und die Endsituation sowie der Lösungsweg eindeutig bestimmt ist. Daraus folgt, dass alle Aufgaben, in denen mindestens einer der oben genannten Faktoren (Ausgangs- oder Endsituation, Lösungsweg) nicht als eindeutig bestimmt angesehen werden kann, als offene Aufgaben gelten. Hieraus ergibt sich eine Aufgabenklassifikation[2], die zwischen acht Aufgabentypen unterscheidet, diese ist u.a. in [13] S. 93 und in [26] S.126 nachzulesen. Im Folgenden wird diese Klassifikation in tabellarischer Form zitiert (Abb. 1):

Start Situation, Information	**Weg** Methode, Verfahren	**Ziel** Ergebnis, Lösung	**Aufgabentyp**	
×	×	×	*Beispielaufgabe*	
×	×	–	*geschlossene Aufgabe*	
×	–	×	***Begründungsaufgabe***	**offene Aufgaben**
×	–	–	***Problemaufgabe***	
–	–	–	***offene Situation***	
–	×	×	*Umkehraufgabe*	
–		×	*Problemumkehr*	
–	×	–	*Anwendungssuche*	

Abbildung 1. Aufgabenklassifikation nach deren Offenheit (Leuders, 2003:126)

Nach diesem Modell sind Aufgaben, die vollständig gelöst sind (diese können Beispielaufgaben, Musterlösungen oder absichtlich fehlerhaft gelöste Aufgaben - mit der Intention der Fehlersuche - sein) oder Aufgaben, bei denen Ausgangssituation und Lösungsweg - und daraus folgend auch die Endsituation - eindeutig festgelegt sind, geschlossene Aufgaben. Alle anderen Aufgabentypen zeigen einen gewissen Grad an Offenheit auf und zählen somit zu den offenen Aufgaben. Der Grad an Offenheit ist variabel: Umkehraufgaben sind beispielsweise nur an einer Stelle, nämlich an der Anfangssituation unbestimmt, offene Situationen sind dahingegen an jeder Stelle unbestimmt. Dabei ist an Aufgaben zu denken, bei denen nur ein inhaltlicher Kontext, wie z.B. Naturschutz, Wasser, Fahrt mit öffentlichen Verkehrsmitteln in einer Region usw. gegeben ist und hierzu von den Schülern Aufgaben formuliert, gelöst und die Ergebnisse evaluiert werden müssen.

Bei dem Umgang mit offenen Aufgaben im Unterricht tauchen auch viele Schwierigkeiten (Lehrmaterial, Organisation der Arbeit, Bewertung, Zeitmangel

[2]Eine vorläufige Variante der zitierten Klassifikation findet man bei Pehkonen, 1995. Der Vollständigkeit halber soll angemerkt werden, dass eine ähnliche, aber nicht identische Klassifikation von Wiegand und Blum [40] erstellt worden ist, die Greefrath ([18] S. 19-24) aufgegriffen und weiterentwickelt hat.

usw.) auf, die diese Aufgaben noch für viele Lehrkräfte für den Einsatz im Unterricht unerwünscht machen, obwohl schon viele Ideen und Materialien erreichbar sind (beispielsweise Unterrichtsanregungen in [13], [1], [2], [28], [18] Ideen zur Bewertung in [36], [28]).

2.2. Besonderheiten der offenen Aufgaben in der Grundschule

Das mathematische Arbeiten von Grundschulkindern unterscheidet sich an mehreren Stellen von dem von Schülern der Sekundarstufe: Schüler der Primarstufe verfügen einerseits noch nicht über ausgereifte abstrakte mathematische Begriffe, sondern erst über deren anfängliche Konzepte; andererseits sind sie noch nicht in der Lage, ihre eigene Arbeit systematisch zu planen und abstrakt zu reflektieren ([20] S.104), sie gehen Probleme eher holistisch an. überdies ist aber auch bekannt, dass Schüler der Primarstufe durchaus fähig sind, auf einer konkreten Ebene verschiedene Lösungswege zu vergleichen ([35] zitiert in [20] S.104). Hierbei wird die Arbeit mit konkreten Modellierungen betont. Dies impliziert indirekt, dass Schüler der Primarstufe generell fähig sind, verschiedene Lösungsstrategien zu ein und demselben Problem zu entwickeln. Hinzu kommt, dass Grundschulkinder die Realität anders identifizieren als etwa Schüler der Sekundarstufe: Die Welt der Märchen bzw. die Welt zauberhafter, etwas mystischer Situationen gehören auch zur Welt der Kinder, diese können auch als eine "Realität des Kinderlebens" [16] aufgefasst werden. Für den Bereich der offenen Aufgaben kann dies in dem Sinne vorteilhaft sein, dass das Arbeiten in "fictious real situations" die mathematische Kreativität entwickeln kann [14].

Aus den obigen überlegungen lässt sich schlussfolgern, dass offene Aufgaben in der Grundschule - fachlich wie sprachlich - weniger komplex sein sollen, als solche in der Sekundarstufe: Sie sollen in wenigen Schritten gelöst werden können. Der Kontext - beispielsweise eine Alltagssituation - soll so gewählt und die Aufgabe soll so formuliert sein, dass das Bearbeiten auf einer konkreten Ebene ermöglicht wird. Der Realitätsbezug kann jedoch in der Grundschule etwas weiter interpretiert werden, als in der Sekundarstufe: Märchenhafte, zauberhafte Kontexte können in die Arbeit mit offenen Aufgaben - neben Situationen aus der unmittelbaren Erfahrungswelt der Kinder - ebenfalls einbezogen werden.

2.3. Fehleranalyse in der Primarstufe bzw. in der Unterstufe

Wie im Abschnitt 1 bereits angesprochen, fungieren Fehler, insbesondere systematische Fehler im Mathematikunterricht u.a. als Orientierungshilfe für die

Lehrperson und können über Lösungsstrategien und -wege bzw. über Denkmuster der Lernenden Auskunft geben (vgl. [17]). Nachdem man diese in einem sog. diagnostischen Unterricht erkannt hat, kann man im anschließenden förderlichen Unterricht das Schülerverständnis für den Lerninhalt verbessern (vgl. [27]). Die begangenen Fehler können jedoch verschiedene Ursachen haben, d.h. im Hintergrund der Fehler können verschiedene fehlerhafte/mangelhafte/lückenhafte Denkmuster stehen. Bei der Diagnostik ist eine Kategorisierung der Fehler und demzufolge eine Kategorisierung der fehlerhaften Denkmuster oft hilfreich (z.B. [32]). Eine mögliche, detailliertere Kategorisierung der Fehler, die Schüler der Primarstufe bzw. der Unterstufe begehen können, findet man bei Radatz [36]. Wegen seiner detaillierten Darstellung der Fehlertypen und der Relevanz der Altersstufe haben sich die Autorinnen der vorliegenden Arbeit an dieser Kategorisierung orientiert. Er unterscheidet neun verschiedene Fehlerursachen in Aspekten der Informationsaufnahme und Informationsverarbeitung, die im Folgenden kurz zusammengefasst werden.

- Fehlerursachen im Sprachverständnis und im Textverständnis:
  Fehler dieser Art können auf Probleme mit mathematischen Termini, aber auch auf die Diskrepanz (und deren mangelhafte Erkenntnis) zwischen Umgangssprache und mathematischer Fachsprache zurückgeführt werden. Auch Probleme mit dem Textverständnis kommen hier zum Vorschein, beispielsweise wenn zu einem umgangssprachlich formulierten Text ein mathematisches Modell erstellt werden soll.

- Schwierigkeiten bei der Analyse von Veranschaulichungen durch Darstellungen und Diagramme:
  Hierzu gehört eine Reihe von Fehlern, bei denen Informationen aus Darstellungen, Diagrammen usw. fehlerhaft übernommen werden oder bei denen wahrgenommene Informationen in die individuellen, oft fehlerhaften oder lückenhaften Schemata der Schüler integriert werden.

- Falsche Assoziationen und Einstellungen:
  Bei dieser Art von Fehlern geht es in erster Linie darum, dass die Informationsverarbeitung des Lernenden mangelnde Flexibilität aufweist und demzufolge Einstellungen aus vorangegangenen Aufgaben bei ähnlichen Problemen beibehalten werden. Dies hat zur Folge, dass entweder ursprünglich richtige Strategien in einem neuen Kontext angewendet werden, in dem sie aber nur bedingt ihre Gültigkeit haben oder dass fehlerhafte Strategien weiter "vererbt" und in neuen Kontexten ebenfalls fehlerhaft eingesetzt werden.

- Fehler aufgrund des Gebundenseins einer Begrifflichkeit an sehr spezifische Repräsentationen:
  Ursache für Fehler dieser Art ist eine verengt gestaltete Begriffsbildungsphase im Unterricht. Wenn beispielsweise Spiegelachsen oder senkrechte Geraden immer von oben nach unten gezeigt werden, werden von den Lernenden nur auf diese Art dargestellte Geraden als solche wahrgenommen bzw. gezeichnet.

- Nichtberücksichtigen relevanter Bedingungen:
  Hierbei geht es um das Außerachtlassen bestimmter Informationen bei der Bearbeitung von Textaufgaben, damit subjektive Lösungshypothesen ungestört bleiben. Auch das Einfügen zusätzlicher Informationen und die daraus entstehenden Fehler gehören in diese Kategorie.

- Nichtabschließen der Aufgabenbearbeitung bzw. unvollständiges Anwenden einer Regel:
  Häufige Fehlerursache bei Text- oder Rechenaufgaben ist, wenn der letzte Schritt in einem Lösungsansatz nicht durchgeführt wird.

- Verlieren von Zwischenschritten im Lösungsprozess:
  Die Bezeichnung der Kategorie spricht für sich, im Laufe der Aufgabenbearbeitung, insbesondere bei mündlichen Aufgaben (Kopfrechnen) gehen wichtige Zwischenergebnisse oder Bedingungen der Aufgabe verloren. Fehler dieser Art gehören in die Kategorie.

- Fehlerursachen in einer Versuch-Irrtum-Lösungsstrategie:
  Hierbei sind Fehler auf eine unzureichende Analyse und Reflexion der Aufgabenbedingungen zurückzuführen.

- Nicht ausreichende Kenntnisse, Fertigkeiten und unzureichendes Begriffsverständnis für die Informationsverarbeitung:
  Die Ursache für Fehler dieser Art liegt in dem fehlerhaften oder mangelhaften Verständnis der für die Aufgabenbearbeitung relevanten Begriffe und Kenntnisse. Beispielsweise, wenn die kleinste dreistellige Zahl mit 111 identifiziert wird oder $12 \cdot 345$ - höchstwahrscheinlich wegen der fünf Ziffern - durch 40.000 überschlagen wird.

Eine weniger detaillierte, aber auf Sachaufgaben bezogene Kategorisierung von Fehlern in der Primarstufe stammt von Maier und Schubert [31]. Hierbei werden drei Fehlertypen unterschieden: Fehler, die auf mangelndes Verständnis für den Sachzusammenhang zurückzuführen sind (beispielsweise Verständnis für den Begriff “Selbstkosten” oder den Unterschied zwischen Gewinn und Verkaufspreis), Fehler, die durch mangelndes Sprachverständnis im Allgemeinen entstehen (z. B. falsche Interpretation von Wendungen wie “bezogen auf” oder “das günstigere Angebot heraussuchen”) und Rechenfehler. Da diese Kategorisierung wenig Möglichkeit zur Differenzierung der Fehler zulässt, wird von den Autorinnen des vorliegenden Artikels das Modell von Radatz bevorzugt.

3. Hypothesenbildung

Anhand der obigen Überlegungen zur mathematischen Arbeit in der Grundschule bzw. anhand des theoretischen Hintergrunds kann zusammenfassend festgehalten werden, dass der Einsatz von offenen Aufgaben in der Primarstufe an mehreren Stellen vom Einsatz von offenen Aufgaben in der Sekundarstufe abweichen kann und soll; so können u.a. märchenhafte, zauberhafte, mystische Kontexte in der Grundschule als realitätsbezogene Situationen von offenen Aufgaben fungieren. Darüber hinaus kann man vermuten, dass Offenheit für Schüler der Primarstufe eine besondere Schwierigkeit darstellt, da sie Aufgaben eher holistisch angehen. Beachtet man die traditionelle Aufgabenkultur im Mathematikunterricht, die durch geschlossene Aufgaben geprägt ist (vgl.[13] S.89f), so kann man sogar die Vermutung formulieren, dass Grundschulkinder ohne Anleitung der Lehrperson i.A. nicht bereit sind, die Offenheit von Aufgaben wahrzunehmen. Sie erkennen beispielsweise nicht, dass die Aufgabe über einen Interpretationsspielraum verfügt und evtl. Präzisierung bedarf, und überdies, dass die Lösungsmenge einer Aufgabe aus mehreren Zahlen bestehen kann. Aus empirischen Studien [35] kann man allerdings darauf schließen, dass Schüler der Primarstufe generell fähig sind, auf einer konkreten Ebene mit Offenheit in Aufgaben umzugehen. Hieraus resultiert sich zunächst folgende Hypothese als Präzisierung der 1. Forschungsfrage:

- *Hypothese 1:* Schüler der Primarstufe sind zwar fähig, aber nicht bereit bei einer ersten Konfrontation mit offenen Aufgaben diese als solche wahrzunehmen. Sie erkennen sie nicht, dass die Aufgabe mehrere Interpretationen zulässt und dass Bedingungen formuliert werden sollen. Insbesondere erkennen sie nicht, dass die Lösungsmenge der Aufgabe aus mehreren Zahlen besteht.

Überdies lässt sich vermuten, dass sich die Lösungsansätze variieren, je nachdem, ob ein Schüler die Offenheit der Aufgabe wahrgenommen und beachtet hat oder nicht. Einerseits liegt die Vermutung nahe, dass dies auch eine Auswirkung auf die begangenen Fehler haben könnte, andererseits aber kann nicht angenommen werden, dass eine bestimmte Fehlerart (siehe die Kategorisierung nach Radatz, Abschnitt 3.2), die bei dem mathematischen Arbeiten bei Grundschulkindern vorkommt, bei der Bearbeitung von offenen Aufgaben nicht begangen werden würde. Somit lässt sich in Bezug auf die 2. Forschungsfrage folgende Hypothese formulieren:

- *Hypothese 2:* Bei einer ersten Konfrontation mit offenen Aufgaben in der Primarstufe können Fehler aus allen bisher bekannten Fehlerquellen [36] stammen. Die Ausprägung der Fehler variiert demnach, ob der Interpretationsspielraum der Aufgabe wahrgenommen und beachtet wurde oder nicht.

Um diese Hypothesen zu überprüfen wurde eine empirische Studie konzipiert, so wie dies in der Einleitung bereits Erwähnung fand. Im Folgenden wird diese Studie vorgestellt.

4. Forschungsdesign

Die Überprüfung der oben formulierten Hypothesen benötigt eine große Anzahl an Schülerleistungen - und evtl. an Fehlern - von Grundschulkindern in einer Situation, in der sie womöglich das erste Mal mit einer offenen Aufgabe konfrontiert werden. Um also an eine möglichst große Datenmenge zu kommen wurde bei der empirischen Studie die Methode des schriftlichen Tests bevorzugt. Schüler der Primarstufe (Klassenstufe 3 und 4) hatten hierbei eine offene Aufgabe - ohne Vorkenntnisse bezogen auf offene Aufgaben bzw. ohne Vorbesprechung der Aufgabe im Klassenverband - zu bearbeiten. Bei der Auswertung der Schülerlösungen wurde insbesondere in den Fokus gestellt, ob bei der Lösung die Erkenntnis bzw. Beachtung der Offenheit der Aufgabe erkennbar ist. D.h. ob der Proband kenntlich gemacht hat, dass die Lösungsmenge nicht nur aus einer einzigen Zahl besteht. Darüber hinaus wurde bei jedem Schüler jeder Fehler markiert und nach der Kategorisierung von Radatz [36] eingestuft, wobei Folgefehler außer Acht blieben.

4.1. Aufgabe

Bei dem Test ging es um eine Aufgabe (Abb. 2), die in einem unterrichtsbegleitenden Heft für den Mathematikunterricht in der Klassenstufe 3 in Ungarn ([3] S. 25) erschienen ist. Die Aufgabe ist in einen märchenhaften Kontext gestellt.

Abbildung 2. Testaufgabe (Übersetzung aus [3] S. 25)

Der Ausgangszustand, d.h. wann die Königin ins Schloss einzog, oder anders formuliert, wie viele Tage seit ihrer Ankunft vergangen sind, ist unbekannt. Der Endzustand ist allerdings gegeben, sie hat nämlich 35 Kleider. Auch der "Weg", das Verbindungselement zwischen diesen beiden Größen (Anzahl der Tage seit der Ankunft bzw. Anzahl der Kleider) ist bekannt: Sie lässt sich jede Woche ein neues Kleid nähen. Hierbei soll angemerkt werden, dass die Angabe des "Weges" mehrere Interpretationen zulässt und weiterer Präzisierung bedarf, die nachfolgend näher erläutert wird. Somit bewegt sich diese Aufgabe nach der Klassifikation von Leuders ([26] S. 126) zwischen Umkehraufgabe und Problemumkehr (vgl. [26] S. 126), sie gehört also offensichtlich zu den offenen Aufgaben.

4.2. Mögliche Lösungswege

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sind mehrere Lösungswege denkbar, je nachdem, ob bzw. inwieweit man sich mit der Mehrdeutigkeit der Information "jede Woche ein neues Kleid" auseinandersetzt. Die Information "Woche" kann nämlich auf zweierlei Art und Weise interpretiert werden: Als Kalenderwoche bzw. als eine Einheit aus sieben aufeinanderfolgenden Tagen. Überdies kann die Anzahl der vergangenen Tage beeinflussen, an welchem Tag in der Woche/an wievieltem Tag in der siebentägigen Einheit die Königin ankam, an welchem Wochentag/an wievieltem Tag in der siebentägigen Einheit die Königin das Kleid nähen lässt (auch ob dieser Tag immer ein fester Tag ist oder sich in den verschiedenen Wochen variiert), bzw. ob zwischen Nähauftrag und Anfertigung des Kleides weitere Tage vergehen. Durch die nachfolgenden Lösungswege soll aufgezeigt werden, wie reichhaltig die Königinaufgabe ist, diese Wege können aus Sicht der Autorinnen nur in Ansätzen von Grundschulkindern erwartet werden, nicht aber in der Vollständigkeit, wie sie in diesem Abschnitt dargestellt werden.

1. Wird diese Vielzahl an Faktoren, die einen breiten Interpretationsraum ermöglichen, außer Acht gelassen und unter Woche eine Einheit aus sieben Tagen verstanden, so reduziert sich die Aufgabe auf eine einfache Umkehraufgabe und deren Lösung auf eine einfache Multiplikation: $7 \cdot 35 = 245$ Tage. Das Finden dieses Lösungsweges bzw. das Ausführen der Multiplikation ist von Grundschulkindern durchaus zu erwarten.

Im Folgenden werden weitere Lösungswege dargelegt, die die Wahrnehmung und Beachtung der obigen Faktoren voraussetzen und deren Komplexität davon abhängt, inwieweit die obigen Faktoren als feste Größen oder als Variablen betrachtet werden. Das Finden dieser Lösungswege ist von Grundschulkindern nur in Ansätzen, nicht aber in ihrer Vollständigkeit zu erwarten, obwohl das Ausführen des Lösungsplanes jeweils nur Multiplikation und Addition notwendig macht. Der Einfachheit halber wird nachfolgend unter Woche immer Kalenderwoche verstanden, da die Interpretation als Einheit aus sieben aufeinanderfolgenden Tagen keine neuen Ergebnisse liefert. Überdies wird davon ausgegangen, dass ein Kleid bereits am Tag des Auftrags fertig ist, es wird also darauf verzichtet, die zwischen Auftrag und Anfertigung evtl. vergehende Tage zu beachten.

2. Setzt man voraus, dass der Tag des Nähens ein bestimmter Wochentag - z.B. Montag - ist, weiterhin, dass die Königin an einem bekannten Wochentag ins Schloss einzog, arbeitet man also mit zwei festen Größen, so ergibt sich je nach Festlegung dieser beiden Daten jeweils eine Spanne von sieben Tagen. Zieht beispielsweise die Königin an einem Montag ins Schloss (und der Schüler formuliert die Annahme, dass dieser Tag ein Montag ist) und lässt sie das Kleid immer montags nähen, so ist sie seit mindestens 34 Wochen und einem Tag, also seit $7 \cdot 34 + 1 = 239$ Tagen im Schloss, sie kann aber höchstens 35 volle Wochen im

Schloss verbracht haben, da sie ihr 36. Kleid noch nicht hat. Sie ist also seit maximal $7 \cdot 35 = 245$ Tagen dort. Die untenstehende Tabelle (Tabelle 1) bietet einen Überblick über alle möglichen Fälle.

3. Wird vorausgesetzt, dass die Königin immer an einem festgelegten Tag, z.B. immer am Montag die Kleider nähen lässt, dafür aber der Wochentag der Ankunft im Schloss offen bleibt, so arbeitet man mit einem festen und einem variablen Faktor. In all diesen Fällen geht es bei der Lösung um die Vereinigung der Einträge innerhalb einer Spalte in der obigen Tabelle, dies bedeutet jeweils einen Zeitraum von 239-251 Tagen. Die nachfolgende Abbildung (Abb. 4) veranschaulicht den Fall für Montag als Tag des Nähens, es ist leicht zu überblicken, dass die Mimimal- bzw. Maximalzahl der Tage unverändert bleibt, wenn man einen anderen Wochentag hierfür festlegt.

Tabelle 1. Anzahl der vergangenen Tage bei zwei festen Größen (Wochentag der Ankunft, Wochentag des Nähens)

Nähen / Ankunft	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
Montag	239-245	240-246	241-247	242-248	243-249	244-250	245-251
Dienstag	245-251	239-245	240-246	241-247	242-248	243-249	244-250
Mittwoch	244-250	245-251	239-245	240-246	241-247	242-248	243-249
Donnerstag	243-249	244-250	245-251	239-245	240-246	241-247	242-248
Freitag	242-248	243-249	244-250	245-251	239-245	240-246	241-247
Samstag	241-247	242-248	243-249	244-250	245-251	239-245	240-246
Sonntag	240-246	241-247	242-248	243-249	244-250	245-251	239-245

… Montag … Montag … Montag … … Montag …

6 Tage insgesamt 35 Montage 6 Tage

Abbildung 3. Minimal- bzw. Maximalzahl der vergangenen Tage bei einer festen (Wochentag des Nähens) und einer variablen (Wochentag der Ankunft) Größe

Man braucht also ein Zeitintervall von mindestens $7 \cdot 34 + 1 = 239$ Tagen, um 35 Montage abzudecken, da allerdings 36 Montage nicht mehr ins Intervall fallen dürfen, darf man in beide Richtungen um höchstens sechs Tage abweichen, dies bedeutet höchstens 251 Tage. Wie bereits angesprochen, die Lösung ändert sich nicht, wenn man einen anderen Wochentag (Dienstag, Mittwoch, usw.) fürs Nähen festlegt.

4. Es ist denkbar, dass man den Tag der Ankunft im Schloss festlegt (z.B. an einem Montag), die Anfertigung des Kleides aber an jedem beliebigen Wochentag zulässt - man könnte sagen, dass diese eine launische Königin ist. An einem konkreten Beispiel wird im Folgenden verdeutlicht (Tabelle 2 und 3), wie in diesem Fall die Anzahl der Tage berechnet werden kann.

Tabelle 2. Beispiel für die Berechnung der Minimalzahl der im Schloss verbrachten Tage beim 4. Modell

1. Woche Ankunft: Donnerstag	2-34. Woche 33 volle Wochen	35. Woche Montag
4 Tage	$33 \cdot 7 = 231$ Tage	1 Tag
1 Kleid	33 Kleider	1 Kleid

Tabelle 3. Beispiel für die Berechnung der Maximalzahl der im Schloss verbrachten Tage beim 4. Modell

1. Woche Ankunft: Donnerstag	2-35. Woche 34 volle Wochen	36. Woche bis Samstag
4 Tage	$34 \cdot 7 = 238$ Tage	6 Tage
1 Kleid	34 Kleider	0 Kleid

Folgende Tabelle (Tabelle 4) veranschaulicht zusammenfassend in Abhängigkeit des Ankunftstages die Minimal- und Maximalzahlen des Aufenthaltes im Schloss:

5. Über die bisherigen Lösungswege hinaus ist es vorstellbar, dass man beide Faktoren, also sowohl den Tag der Ankunft als auch den Tag des Nähens als Variablen betrachtet. D.h. es ist nicht bekannt, an welchem Wochentag die Königin im Schloss ankam und überdies kann sie an jedem beliebigen Tag während einer Woche nähen lassen. Bei der Lösung geht es in diesem Fall um die Vereinigung der Einträge in der obigen Tabelle, d.h. um mindestens 233 Tage und um höchstens 251 Tage.

Vollständigkeitshalber soll noch erwähnt werden, dass ein weiterer Lösungsansatz mit Hilfe der Ganzteilfunktion existiert, der aber von Grundschulkindern bei weitem nicht zu erwarten ist und auf dessen Ausführung hier daher verzichtet wird.

Tabelle 4. Anzahl der vergangenen Tage bei einer festen (Wochentag der Ankunft) Größe und einer variablen (Wochentag des Nähens) Größe

Wochentag der Ankunft	Aufenthalt mindestens	Aufenthalt höchstens
Montag	$7 \cdot 34 + 1 = 239$ Tage	$7 \cdot 35 + 6 = 251$ Tage
Dienstag	$6 + 7 \cdot 33 + 1 = 238$ Tage	$6 + 7 \cdot 34 + 6 = 250$ Tage
Mittwoch	$5 + 7 \cdot 33 + 1 = 237$ Tage	$5 + 7 \cdot 34 + 6 = 249$ Tage
Donnerstag	$4 + 7 \cdot 33 + 1 = 236$ Tage	$4 + 7 \cdot 34 + 6 = 248$ Tage
Freitag	$3 + 7 \cdot 33 + 1 = 235$ Tage	$3 + 7 \cdot 34 + 6 = 247$ Tage
Samstag	$2 + 7 \cdot 33 + 1 = 234$ Tage	$2 + 7 \cdot 34 + 6 = 246$ Tage
Sonntag	$1 + 7 \cdot 33 + 1 = 233$ Tage	$1 + 7 \cdot 34 + 6 = 245$ Tage

4.3. Kategoriensystem zur Auswertung

Auch wenn das erläuterte Kategoriensystem von Radatz [36] nicht im Zusammenhang mit offenen Aufgaben entstanden ist, scheint es wegen der detaillierten Herangehensweise geeignet zu sein, Fehler bei der Bearbeitung einer offenen Aufgabe zu kategorisieren und eventuelle Unterschiede zwischen Fehlern, die unter bzw. ohne Erkenntnis der Offenheit der Aufgabe begangen wurden, zu ermitteln.

Bei der Auswertung der Schülerlösungen standen zwei Aspekte im Einklang mit den formulierten Hypothesen (siehe Abschnitt 3) im Vordergrund, nämlich die Wahrnehmung der Offenheit der Aufgabe bzw. die Ursache der gemachten Fehler. Daraus resultierte sich ein zweidimensionales Kategoriensystem, dessen Dimensionen den oben genannten beiden Aspekten (Wahrnehmung der Offenheit, Fehlerursache) entsprechen. Die Dimension der Fehlerursache enthält die Kategorien von Radatz (siehe Abschnitt 3.2), diese wurden um die Kategorie "kein Fehler" ergänzt, damit auch fehlerfreie Schülerlösungen eingestuft werden können. Die Dimension der Wahrnehmung der Offenheit enthält die Kategorien "Bearbeitung als offene Aufgabe" bzw. "Bearbeitung als geschlossene Aufgabe". Das nachfolgende Schema (Tabelle 5) dient zur Veranschaulichung des verwendeten Kategoriensystems.

Es soll darauf hingewiesen werden, dass die Wahrnehmung der Königinaufgabe als eine geschlossene Aufgabe nicht als Fehler interpretiert werden kann, da die Schüler, die an dem Test teilnahmen, bis zum Zeitpunkt der Durchführung mit offenen Aufgaben noch nicht gearbeitet haben. "In der pädagogischen Psychologie wird ein Fehler häufig als Abweichen von einer (wie auch immer festgesetzten) Norm definiert." [41]. Ein Fehler entsteht in diesem Sinne erst, wenn etwas falsch

Tabelle 5. Das in der Studie zur Auswertung verwendete Kategoriensystem - eine modifizierte Version des Radatz'schen Systems

Fehlerursache	Wahrnehmung der Offenheit	
	Bearbeitung als geschl. Aufgabe	Bearbeitung als offene Aufgabe
kein Fehler		
Fehlerursache im Sprachverständnis und im Textverständnis		
Schwierigkeiten bei der Analyse von Veranschaulichungen		
Falsche Assoziationen und Einstellungen		
Fehler aufgrund des Gebundenseins einer Begrifflichkeit an sehr spezifische Repräsentationen		
Nichtberücksichtigen relevanter Bedingungen		
Nichtabschließen der Aufgabenbearbeitung bzw. unvollständiges Anwenden einer Regel		
Verlieren von Zwischenschritten im Lösungsprozess		
Fehlerursache in einer Versuchs-Irrtum-Lösungsstrategie		
Nicht ausreichende Kenntnisse, Fertigkeiten und unzureichendes Begriffsverständnis für die Informationsverarbeitung		

bzw. nicht oder nicht genügend verstanden oder gelernt wurde, in diesem Sinne begingen Schüler, die die Offenheit der Aufgabe nicht wahrgenommen haben, keinen Fehler.

4.4. Durchführung

Im Rahmen einer internationalen Untersuchung wurden in den Jahren 2010 und 2011 in Deutschland, Finnland und Ungarn 103 Schüler der Klassenstufe

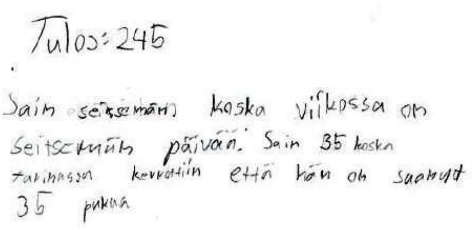
3 sowie 216 Schüler der Klassenstufe 4 dazu aufgefordert, die Königinaufgabe zu lösen. An der Testung nahmen Grundschulkinder aus kleineren und größeren Städten teil, darunter 43 Schüler aus Finnland, 92 Schüler aus Deutschland und 194 Schüler aus Ungarn. Die Klassen wurden für den Test allerdings nicht zufällig, sondern abhängig von den organisatorischen Möglichkeiten etwa willkürlich ausgewählt. Die Klassen waren wie üblich heterogen, was die mathematische Leistungsfähigkeit anbelangt.

Die Schüler hatten jeweils den Arbeitsauftrag, die Königinaufgabe in Einzelarbeit zu lösen, sie hatten weder vor noch während der Bearbeitung irgendeine Hilfe bekommen. Allerdings wurden sie zeitlich nicht unter Druck gesetzt und durften arbeiten, solange sie wollten. Durchschnittlich haben sie etwa 10 Minuten lang gearbeitet und haben sich anschließend als fertig gemeldet. Nach der Abgabe der Arbeitsblätter wurde die Aufgabe unter Leitung der jeweiligen Lehrperson im Plenum besprochen.

4.5. Kodierung

Die anonymen schriftlichen Schülerlösungen wurden mit Hilfe des im Abschnitt 4.3 beschriebenen Kategoriensystems ausgewertet. Im Folgenden wird die Kodierung der Schülerlösungen anhand von einigen konkreten Beispielen exemplarisch erläutert.

- kein Fehler - Bearbeitung als geschlossene Aufgabe


Tulos: 245

Sain seitsemän koska viikossa on
seitsemän päivän. Sain 35 koska
tarinassa kerrottiin että hän on saanut
35 pukua

Abbildung 4. Finnische Schülerlösung (4. Klasse)

Die meisten Schüler gaben das Ergebnis: 245 Tage an, ein Beispiel hierfür ist die in der Abbildung 4 dargestellte finnische Schülerlösung. Mit den Worten "Ergebnis: 245. Ich erhielt sieben, weil die Woche sieben Tage hat. Ich erhielt 35, weil in dem Märchen erzählt wurde, dass sie 35 Kleider hat." beschreibt der Schüler in Anrissen seinen Lösungsweg. Diese und ähnliche

Lösungen wurden als fehlerfrei interpretiert, da keine Norm verletzt wurde, allerdings wurde die Offenheit der Aufgabe nicht (oder nicht erkennbar) wahrgenommen.

- kein Fehler - Bearbeitung als offene Aufgabe

  Wurden mehrere Ergebnisse vorgestellt, so wurde das i. A. als Zeichen für die Erkenntnis der Offenheit interpretiert. Waren überdies keine Normverstöße erkennbar, so wurde die Lösung als fehlerfrei - auch wenn eine Begründung fehlte - eingestuft. Der Schülerlösung in der Abbildung 5 ist zu entnehmen, dass der Schüler zuerst das Ergebnis 245 gefunden hat, danach aber darauf geschlossen hat, dass auch weniger Tage ausreichen, und zwar eine Abweichung um höchstens 6 Tage denkbar ist. Es lässt sich vermuten, dass er den Ankunftstag und den Tag des Nähens gleichgesetzt hat und hieraus auf dieses Intervall kam (vgl. Lösungsansatz 2 bzw. die Werte in der Diagonalen der Tabelle 1).

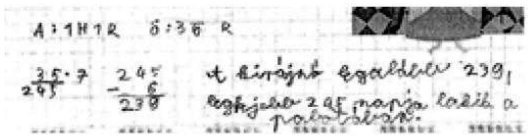


Abbildung 5. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

  Ein weiteres Beispiel für Lösungen, die als offen und fehlerfrei interpretiert wurden, ist in der Abbildung 6 zu sehen. Hier hat der Schüler zunächst $35 \cdot 7 = 245$ berechnet und anschließend 6 addiert. Seine Antwort lautet: "Seit 245-251 Tagen wohnt sie im Schloss." Die Lösung lässt vermuten, dass der Schüler daran gedacht hat, dass 35 volle Wochen auf die 35 Kleider "draufgehen" - zum Beispiel, wenn die Königin an einem Montag ankam und die Kleider immer sonntags geliefert werden (siehe hierzu auch die Tabelle 1) - und es können noch maximal 6 Tage vor dem nächsten Kleid vergehen. Trotz mangelnder Begründung wurde diese und wurden ähnliche Lösungen als offen und fehlerfrei eingestuft.

- Fehlerursache im Sprachverständnis und im Textverständnis - Bearbeitung als geschlossene Aufgabe

  Das Verstehen eines Textes - auch ohne mathematischen Inhalt - ist besonders im Grundschulalter ein Problem. In folgender Lösung (Abb. 7) wurde (fälschlicherweise) angenommen, dass 35 Kleider 35 Tage bedeuten, vermutlich, weil die Königin an einem Tag nur ein Kleid bekommen hat. Der Schüler

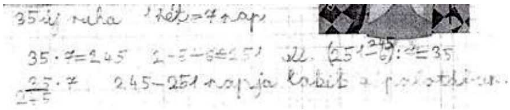


Abbildung 6. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

hat damit weitergearbeitet und kam auf "35 Tage = 5 Wochen = 1 Monat und eine Woche, die Königin wohnt seit einem Monat und einer Woche im Schloss." Dabei wurde ebenfalls außer Acht gelassen, dass ein Monat nicht immer aus genau vier Wochen besteht und dass in der Aufgabe nach Tagen gefragt wurde.

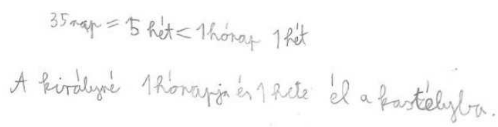


Abbildung 7. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

- Falsche Assoziationen und Einstellungen - Bearbeitung als geschlossene Aufgabe

  Auch wenn eine Situation richtig verstanden wurde, können falsche Assoziationen entstehen und diese zu falschen Lösungen führen. Zum Beispiel hat der Schüler in der folgenden Arbeit (Abb. 8) bei der Vorstellung des Zeitraumes ein Jahr assoziiert - diese Assoziation kann davon stammen, dass es im Kalender, der als Illustration auf dem Arbeitsblatt fungierte, genau ein Jahr angegeben wurde - , was zu einer Verwirrung führte und der Schüler eigentlich eine mögliche Anzahl der Kleider in einem Jahr berechnet hat, indem er die Anzahl der Tage in einem Jahr (365) durch 7 dividierte. Seine Antwort lautet allerdings: "Sie wohnt dort seit 53 Tagen."

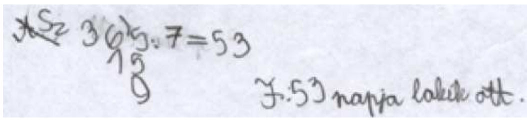


Abbildung 8. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

- Falsche Assoziationen und Einstellungen - Bearbeitung als offene Aufgabe

  Die Bedingung, dass die Königin wöchentlich ein neues Kleid bekommt, hat den Schüler zu einer falschen Assoziation geführt (Abb. 9). Er notiert für sich die Angaben aus dem Text: Neue Kleider: 35, Woche: 1 neues Kleid, eine Woche = 7 Tage. Anschließend multipliziert er 35 zweimal hintereinander mit 7 und kontrolliert sogar sein Ergebnis. Die Antwort, die er formuliert, lautet allerdings: “Die Königin wohnt dort seit mindestens 1710 und seit höchstens 1720 Tagen”. Dies weist darauf hin, dass er sich bewusst gemacht hat, dass die Königin bereits vor dem ersten Kleid und sogar nach dem 35. Kleid einige Tage im Schloss verbracht haben konnte, zwar unbegründet, aber er denkt an eine mögliche Abweichung von 5 Tagen. Man kann vermuten, dass dieser Schüler die Angabe “jede Woche ein neues Kleid”, die er auch für sich notiert hat, falsch assoziierte und zunächst $35 \cdot 7 = 245$ für die Anzahl der Kleider berechnete. Daraufhin sah er in seinen Notizen: Eine Woche = 7 Tage und multiplizierte die Anzahl der Kleider (245) nochmals mit 7, so kam er zum Resultat 1715. Anschließend beachtete er die mögliche Abweichung von 5 Tagen und schrieb sein Ergebnis auf.

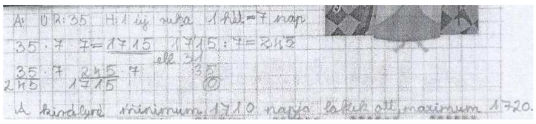


Abbildung 9. Ungarische Schülerlösung (3. Klasse)

- Nichtberücksichtigen relevanter Bedingungen - Bearbeitung als geschlossene Aufgabe

  In der nachfolgenden Schülerlösung (Abb. 10) ist eindeutig zu erkennen, dass der Lernende die Bedingung “Jede Woche ein Kleid.” fallen ließ. Nicht nur an der Antwort “Seit 35 Tagen ist sie hier.” ist dies zu sehen, sondern auch an der ausradierten aber dennoch lesbaren Überlegung “35 : 7 = 5. Wenn sie an einem Tag ein Kleid nähen lässt und 35 Kleider hat, dann ist sie seit 35 Tagen hier. Diese war eine einfache Aufgabe.”. Da der Schüler allerdings nur eine bestimmte Anzahl an Tagen und keinen Zeitraum angegeben hat bzw. kein Zeichen darauf hindeutet, dass er über weitere Möglichkeiten nachgedacht hätte, wird diese Lösung als geschlossen interpretiert.

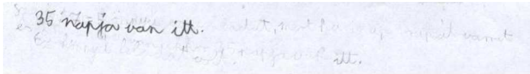


Abbildung 10. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

- Nichtberücksichtigen relevanter Bedingungen - Bearbeitung als offene Aufgabe

  Obwohl die Aufgabe wenige Informationen enthält, konnten doch welche außer Acht bleiben, wie zum Beispiel in der folgenden Lösung (Abb. 11). Hier lautet die Antwort: "Sie lebt dort seit mindestens 7, höchstens 245 Tagen." Aus der Rechnung wird ersichtlich, dass der Schüler die Bedingung, dass die Königin 35 Kleider hat, außer Acht gelassen hat, er hat berechnet, wie lange sie höchstens im Schloss gelebt haben kann. Der Schüler hat also daran gedacht, dass es mehrere Resultate geben kann, und zwar abhängig davon, wie viele Kleider die Königin hat. Die Aufgabe wurde also als offen betrachtet, aber hierzu wurde eine fehlerhafte Lösung geliefert.

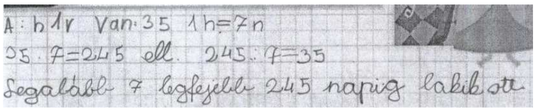


Abbildung 11. Ungarische Schülerlösung (3. Klasse)

- Nichtabschließen der Aufgabenbearbeitung - Bearbeitung als geschlossene Aufgabe

  Die Lösungsidee ist in der nachfolgenden Schülerlösung (Abb. 12) zwar angegeben: "Zuerst müssen wir ausrechnen, wie viele Wochen 35 Tage sind. Dies macht man durch Multiplizieren.", die Lösung wurde aber aus unbekannten Gründen nicht zu Ende geführt. Die Verwechslung von Tagen und Wochen in der Beschreibung der Lösung (richtig wäre: Wir rechnen aus, wie viele Tage 35 Wochen sind.) wird als Flüchtigkeitsfehler eingestuft, da die Erwähnung der Multiplikation einerseits auf die richtige Interpretation der Aufgabe hindeutet und andererseits mit der Umrechnung von 35 Tagen in Wochen nicht vereinbar wäre.

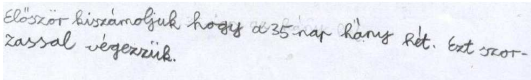


Abbildung 12. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

- Nichtabschließen der Aufgabenbearbeitung - Bearbeitung als offene Aufgabe

  In der folgenden Lösung (Abb. 13) ist der Schüler von dem ersten Ergebnis 245 ausgehend in mehreren Schritten sukzessive zum Resultat gekommen, dass 33 volle Wochen und zwei Tage ausreichen. Diese Herangehensweise lässt einen ähnlichen Gedankengang wie beim Lösungsansatz 5 vermuten. Die Maximalzahl wurde aber nicht bestimmt und es blieb unklar, was der Schüler selbst für das Resultat der Aufgabe hielt, somit ist die Lösung nicht vollständig.

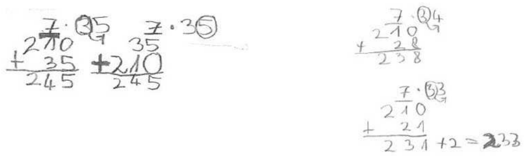


Abbildung 13. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

5. Ergebnisse

Wie bereits erwähnt, wurden die Schülerlösungen anhand der oben vorgestellten Kodierung zunächst in das modifizierte Kategoriensystem eingestuft. Es soll angemerkt werden, dass - da keine statistische Auswertung angestrebt war - die Autorinnen der vorliegenden Arbeit die Einstufung der Lösungen im Rahmen einer Diskussion gemeinsam durchführten. In einem weiteren Schritt der Forschung ist der Einsatz eines unabhängigen Raters denkbar. Etwa 10% der Schülerlösungen konnte allerdings nicht kategorisiert werden, weil entweder der Proband die Aufgabe nicht bearbeitet hatte oder die beauftragte Lehrperson - trotz eindeutiger Anweisung zur Durchführung - die Aufgabe mit den Schülern besprochen hatte.

Tabelle 6. Ergebnisse der Fallstudie nach Klassenstufe

	Bearbeitung als offene Aufgabe	Bearbeitung als geschlossene Aufgabe	keine Antwort	Summe
3. Klasse	16	65	22	103
4. Klasse	22	183	11	216
Gesamt	38	248	33	319

5.1. Ergebnisse bezogen auf die Wahrnehmung der Offenheit

Knapp 12% der Schüler - unter ihnen sowohl welche aus der 3. als auch aus der 4. Klasse - hat die Aufgabe als offene Aufgabe bearbeitet, überwiegend kamen jedoch Lösungen vor, die eine Deutung als geschlossene Aufgabe erkennen lassen. Die Tabelle 6 fasst die Ergebnisse - ohne auf die Nationalität der Schüler Bezug zu nehmen - nochmals zusammen, angemerkt werden soll, dass in der Rubrik "keine Antwort" alle Lösungen eingetragen wurden, die die Autorinnen aus oben genannten Gründen nicht kategorisieren konnten. Es soll überdies betont werden, dass diese Daten keine statistische Interpretation zulassen, diese war auch nicht angestrebt.

5.2. Ergebnisse bezogen auf die Fehlertypen

Bis auf einige Ausnahmen konnten alle Rubriken des modifizierten Kategoriensystems belegt werden. Lediglich für die Kategorien "Fehlerursache im Sprachverständnis und im Textverständnis - Bearbeitung als offene Aufgabe", "nicht ausreichende Kenntnisse - Bearbeitung als offene Aufgabe" und "Fehlerursache in einer Versuchs-Irrtum-Lösungsstrategie - Bearbeitung als offene Aufgabe" konnten keine Beispiele unter den 319 analysierten Schülerlösungen gefunden werden, dies wird in der obenstehenden Tabelle (Tabelle 7) nochmals veranschaulicht.

5.3. Ergebnisse bezogen auf die Ausprägung von Fehlern

Auch die einzelnen Fehlerkategorien wurden - falls beide mögliche Ausprägungen des Merkmals "Wahrnehmung der Offenheit" unter den Schülerlösungen aufzufinden waren -, qualitativ ausgewertet. Hierbei lag der Fokus auf Unterschieden in der Erscheinungsform des Fehlertyps abhängig von der Wahrnehmung der Offenheit. Exemplarisch werden im Folgenden qualitative Unterschiede innerhalb der Kategorie "Nichtberücksichtigen relevanter Bedingungen" erläutert.

Tabelle 7. Ergebnisse bezogen auf die Fehlertypen (die grau schraffierten Kategorien konnten durch Beispiele belegt werden)

Fehlerursache	Wahrnehmung der Offenheit	
	Bearbeitung als geschl. Aufgabe	Bearbeitung als offene Aufgabe
kein Fehler		
Fehlerursache im Sprachverständnis und im Textverständnis		
Schwierigkeiten bei der Analyse von Veranschaulichungen		
Falsche Assoziationen und Einstellungen		
Fehler aufgrund des Gebundenseins einer Begrifflichkeit an sehr spezifische Repräsentationen		
Nichtberücksichtigen relevanter Bedingungen		
Nichtabschließen der Aufgabenbearbeitung bzw. unvollständiges Anwenden einer Regel		
Verlieren von Zwischenschritten im Lösungsprozess		
Fehlerursache in einer Versuchs-Irrtum-Lösungsstrategie		
Nicht ausreichende Kenntnisse, Fertigkeiten und unzureichendes Begriffsverständnis für die Informationsverarbeitung		

Zunächst werden zwei Beispiele für Schülerlösungen thematisiert, die die Aufgabe als geschlossen wahrgenommen haben:

In der untenstehenden Schülerlösung (Abb. 14) wurde die Bedingung “Tag” außer Acht gelassen. Der Schüler beschreibt ausführlich, dass es um 35 Wochen geht “Seit 35 Wochen wohnt sie dort. Wenn sie 35 Kleider hat, dann wohnt sie seit 35 Wochen im Schloss. Da eine Woche ein Kleid, 30 Wochen 30 Kleider, 5 Wochen 5 Kleider. Deswegen wohnt sie seit 35 Wochen dort.” Der Proband war anscheinend sehr bemüht, die Umrechnung der Anzahl der Kleider in die Anzahl der Wochen aufzuschlüsseln, er konzentrierte sich sehr darauf, die Anzahl der vergangenen Wochen zu bestimmen, vergaß aber dabei, dass die Aufgabe die Bestimmung der Anzahl der seit der Ankunft vergangenen Tage verlangte.

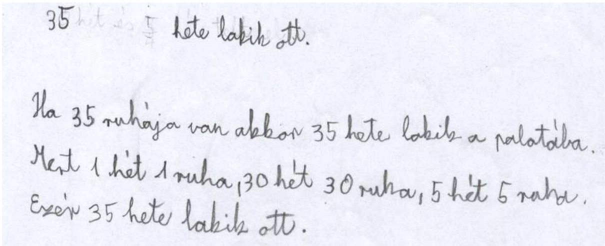


Abbildung 14. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

In der folgenden Schülerlösung (Abb. 15) wurde ebenfalls die Bedingung "Tag" außer Acht gelassen, vermutlich weil die Zahl 35 ein Vielfaches von 7 ist. Der Schüler war nicht imstande, diese Information, die für die Lösung der Aufgabe irrelevant ist, zu ignorieren. Er konzentrierte sich auf die Teiler-Vielfaches-Beziehung zwischen 35 und 7 und schrieb zum Schluss nur so viel: "Seit 35 Wochen wohnt sie dort."

Beide Lösungen haben gemeinsam, dass sich die Schüler auf einen bestimmten (für die Lösung der Aufgabe relevanten oder irrelevanten) Aspekt fokussieren und dabei wesentliche Bedingungen aus dem Auge verlieren. Sie sind vermutlich noch nicht fähig, ohne Anleitung des Lehrers die Komplexität der Aufgabe zu erfassen und sie kommen vermutlich deswegen auch nicht dazu, die Offenheit der Aufgabe zu erkennen.

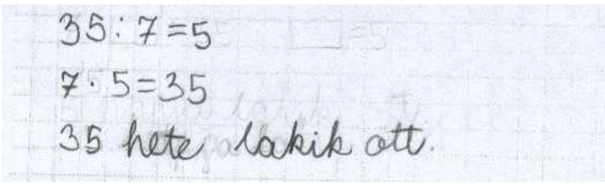


Abbildung 15. Ungarische Schülerlösung (3. Klasse)

Es folgen drei Beispiele für Schülerlösungen, die die Aufgabe als offene Aufgabe bearbeitet haben:

In der nächsten Schülerlösung (Abb. 16) ist deutlich, dass der Schüler mehrere Resultate als Ergebnis zuließ und auch, dass er etwa nach dem 2. Lösungsmodell (Tabelle 1) gearbeitet hat. Er berechnete zuerst $35 \cdot 7 = 245$ und addierte anschließend 7 dazu. In seiner Antwort schreibt er: “Sie kann seit 245 bis 252 Tagen dort wohnen, es hängt davon ab, an welchem Tag sie einzog.” Der Schüler ließ allerdings außer Acht, dass der 7. Tag, den er addiert hat, schon zur nächsten Woche gehört, sein Intervall umfasst acht statt der richtigen sieben Tage.

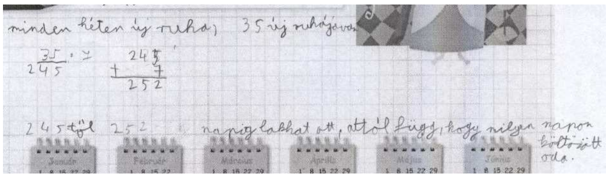


Abbildung 16. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

Etwas Ähnliches ist in der folgenden Schülerlösung (Abb. 17) zu erkennen: Der Schüler berechnet zuerst - mit Probe! - die Anzahl der Tage in 35 vollen Wochen und geht anschließend zu 34 vollen Wochen + 1 Tag bzw. zu 35 vollen Wochen - 1 Tag über. In seiner Antwort formuliert er: “Die Königin wohnt seit mindestens 239 und seit höchstens 244 Tagen im Schloss.” Der Fehler liegt in der unzureichenden Interpretation der Bedingungen, wird nämlich das Kleid immer am selben Wochentag einer Woche, z.B. am Montag genäht - die Aufstellung dieser Bedingung legt die Lösung nahe -, dann hat sie sieben und nicht sechs Tage lang dieselbe Anzahl an Kleidern. Die fehlerhafte Verwendung der Gleichheitszeichen kommt in der Grundschule oft vor, diese wurde bei der Auswertung der Lösung nicht beachtet, da sie die Qualität der Schülerlösung (Erkennung der Offenheit, Umgang mit vorgegebenen und selbst aufgestellten Bedingungen) nicht beeinträchtigt hat.

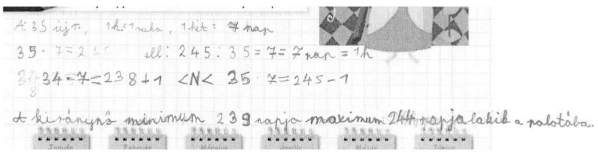


Abbildung 17. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

In der nächsten Schülerlösung (Abb. 18) ist erkennbar, dass der Schüler die Offenheit der Aufgabe wahrgenommen hat, seine Antwort lautet nämlich: “Seit mindestens 245 und seit höchstens 175 Tagen wohnt sie dort.” Der Proband berechnete $35 \cdot 7$ und $35 \cdot 5$, was die Vermutung nahelegt, dass der Schüler mit Arbeitstagen - jeweils fünf in einer Woche - und Wochentagen - jeweils sieben in einer Woche - gearbeitet hat, konnte aber diese Informationen nicht richtig miteinander in Verbindung setzen. Dass die Minimal- und Maximalzahl in der verbalen Antwort verwechselt wurde, wurde bei der Auswertung der Lösung aus ähnlichen Gründen wie oben nicht beachtet.

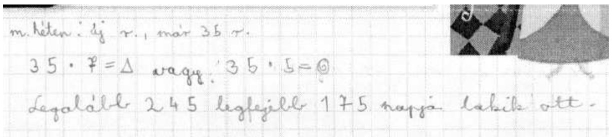


Abbildung 18. Ungarische Schülerlösung (4. Klasse)

Gemeinsam ist bei diesen Lösungen, dass die Schüler eine Bedingung nicht hinreichend genug beachten, die sie selbst aufgestellt haben. Diese Schüler waren fähig, die Offenheit der Aufgabe zu erkennen und hierzu weitere relevante Bedingungen zu formulieren, bzw. auch teilweise mit diesen Bedingungen zu arbeiten.

Vergleicht man nun die Fehler innerhalb der Kategorie “Nichtberücksichtigen relevanter Bedingungen”, so kann man feststellen, dass sich die Fehler, die bei einer Bearbeitung als geschlossene Aufgabe entstanden sind, auf einer ganz anderen Ebene befinden, als die, die bei einer Bearbeitung als offene Aufgabe begangen wurden. Bei der Bearbeitung als geschlossene Aufgabe geht es bei den Fehlern darum, dass bei der Lösung eine durch die Aufgabenstellung gegebene Bedingung nicht oder nicht hinreichend beachtet wurde, während bei der Bearbeitung als offene Aufgabe alle vorgegebenen Bedingungen beachtet werden konnten, lediglich der Umgang mit den zusätzlichen, vom Schüler selbst gestellten Bedingungen blieb fehler- oder mangelhaft. Die Aufstellung dieser zusätzlichen Bedingungen ist aber unentbehrlich für die Lösung der als offen wahrgenommenen Aufgabe und stellt einen wesentlichen Schritt im Löseprozess dar.

6. Diskussion

Die Ergebnisse legen die Bestätigung der Hypothese 1 nahe: Bereits einige Schüler der Klassenstufe 3 waren fähig die Königinaufgabe als eine offene Aufgabe zu interpretieren und als solche zu bearbeiten. Insgesamt betrug der Anteil derjenigen Probanden, bei denen eine Interpretation bzw. Bearbeitung der Aufgabe als eine offene Aufgabe bemerkbar war, knapp 12%. Solche Lösungswege - auch wenn evtl. fehlerhaft - werden von den Autorinnen als Zeichen für Fähigkeit und gleichzeitig für Bereitschaft interpretiert, die Offenheit einer Aufgabe zu erkennen sowie die Aufgabe als eine offene Aufgabe zu bearbeiten. Der insgesamt relativ große Anteil (78%) der Schüler allerdings, die die Offenheit der Aufgabe nicht erkannt haben, lässt indirekt die Vermutung unterstützen, dass zwar die Fähigkeit zur Interpretation und zur Bearbeitung von offenen Aufgaben bereits im Grundschulalter vorhanden ist, die Schüler aber i.A. noch nicht bereit sind, dies auch zu tun.

Die durchgeführte Fallstudie lässt auch die Hypothese 2 untermauern: Schüler der Primarstufe begangen bei der Bearbeitung der Königinaufgabe allerlei mögliche Fehlertypen, die im Kategoriensystem vorkommen. Die Nicht-Belegung der Kategorien "Fehlerursache im Sprachverständnis und im Textverständnis - Bearbeitung als offene Aufgabe" sowie "nicht ausreichende Kenntnisse - Bearbeitung als offene Aufgabe" legt die Vermutung nahe, dass das mangelnde Textverständnis bzw. nicht ausreichende Grundkenntnisse im Bereich der Arithmetik (Unsicherheit bei der schriftlichen Multiplikation, Umgang mit Stellenwerten usw.), welche die Bearbeitung der Aufgabe benötigt, verhindern die Erkenntnis der Offenheit. D.h., diese Kenntnislücken sind so gravierend, dass das Auffassen des Sachverhalts nicht in all seinen Details für den Schüler möglich ist. Die Nicht-Belegung der Kategorie "Fehlerursache in einer Versuchs- Irrtum-Lösungsstrategie - Bearbeitung als offene Aufgabe" lässt vermuten, dass es, wenn ein Schüler die Offenheit bereits erkannt hat, dem Schüler bewusst wird, dass das Raten hierbei keine erfolgreiche Strategie darstellt und er nach weiteren Strategien Ausschau hält.

Aus den Beispielen im Abschnitt 5.3 wird auch deutlich, dass die qualitative Ausprägung eines bestimmten Fehlers ganz anders sein kann, wenn die Aufgabe als offen interpretiert wird, als wenn sie als geschlossen aufgefasst wird.

7. Zusammenfassung

Die Erfahrungen aus der durchgeführten Fallstudie zeigten, dass Schüler der Primarstufe (Klassenstufe 3 und 4) generell fähig sein können, die Offenheit einer Aufgabe zu erkennen, sie sind aber im Allgemeinen nicht bereit - die große Anzahl der Probanden, die die Aufgabe als geschlossene Aufgabe bearbeiteten, deutet darauf hin - , Bedingungen zu formulieren und bei einem aufgestellten Bedingungssystem eine mehrelementige Lösungsmenge zu erwägen. Die Analyse der begangenen Fehler ergab, dass die Arbeit mit offenen Aufgaben auf dieser Stufe mit Fehlern verschiedenster Art verbunden sein kann. Insgesamt lässt sich aus diesen beiden Ergebnissen für die anschließende Arbeit im Mathematikunterricht schlussfolgern, dass diese Arbeit zwei Richtungen haben sollte, nämlich die Förderung der Wahrnehmung der Offenheit und die Förderung der Fehlererkenntnis bzw. -behebung. Insbesondere bei ersterer sollte es gelten, dass die Lehrperson in einem Unterrichtsgespräch die Offenheit der Aufgabe thematisiert und den Schülern bewusst macht.

8. Ausblick

Es ergibt sich im Allgemeinen die Frage, ab welchem Alter Schüler überhaupt über die Fähigkeit verfügen, Offenheit einer Aufgabe, einer Situation wahrzunehmen, ab welchem Alter sie fähig und bereit sind, verschiedene Interpretationsmöglichkeiten einer Aufgabe zu nutzen, Bedingungen zu formulieren und in einem konkreten Bedingungssystem mehrere Resultate als Lösung zuzulassen bzw. solche Resultate zu finden. Hierzu gehört, dass sie fähig sind, Bedingungen, die einen Einfluss auf einen anderen Sachverhalt ausüben, als solche zu erkennen. Es würde sich also anbieten, die Untersuchung in niedrigeren Klassen der Primarstufe (insbesondere in der Klassenstufe 2) zu wiederholen, evtl. unter geringfügiger Modifizierung der Aufgabe (durch Verminderung der relevanten Zahlen). Es soll angemerkt werden, dass dies in einer (bisher einzigen) Klasse der Klassenstufe 2 bereits erfolgte.

Analog zum Obigen stellt sich auch die Frage, inwieweit ältere Schüler, also Schüler der Sekundarstufe I und II bereit sind, offene Aufgabenstellungen als solche wahrzunehmen und entsprechende Lösungswege zu entwickeln. Bereits durchgeführte Testuntersuchungen zeigen, dass hierzu die Veränderung der Königinaufgabe notwendig ist, da märchenhafte Kontexte nach der Primarstufe immer weniger als reale Situationen aufgefasst werden und immer weniger die Schüler motivieren, je älter sie sind. Eine mögliche Variante der Aufgabe [5] die sog. Taschengeld-Aufgabe wäre hierzu ein geeignetes Instrument, da sie zwar die mathematische Struktur der Königinaufgabe beibehält, dafür aber in eine andere - für Schüler der Sekundarstufe I und II durchaus ansprechende - Alltagssituation gestellt ist. Zur Untersuchung dieser Frage sind bereits mehrere Tests durchgeführt worden.

Erwünscht wäre es ebenfalls zu untersuchen, damit die Ergebnisse in Relation gestellt werden können, wie Grundschulkinder mit Erfahrung mit offenen

Aufgaben die Königinaufgabe bearbeiten. Formulieren sie konkrete Bedingungen, unter deren Annahme sie die Aufgabe lösen? Heben sie bestimmte Aspekte der Aufgabe hervor, z.B. solche, die sie besonders ansprechen? Welche Lösungswege werden von ihnen bevorzugt? Und: Welche Fehler begehen sie bei der Bearbeitung der Aufgabe? Auch hierzu ist die Wiederholung der Testung in entsprechenden Testgruppen notwendig. Hierzu sind bisher noch keine konkreten Maßnahmen unternommen worden.

Literatur

[1] G. Ambrus, Nyitott és nyitható feladatok a tanárképzésben és a matematikaoktatásban, *A Matematika Tanítása* **1** (2000), 7–15.

[2] G. Ambrus, Nyitott feladatok a matematikaórán, tanítási segédanyag a 6-9. évfolyam számára, *Tanári Kincsestár* **1** (2004), 1–26.

[3] G. Ambrus, Hétköznapok matematikája, 3., 4. osztály, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2010.

[4] G. Ambrus, Mathematik im Alltag - Realitätsnahe Aufgabentypen in den Klassenstufen 3 und 4, *Beiträge im Mathematikunterricht*, WTM - Verlag Münster (2010), 129–132.

[5] G. Ambrus, Varianten von Modellierungsaufgaben für verschiedene Altersgruppen, *Beiträge im Mathematikunterricht*, WTM - Verlag Münster (2014), 105–108.

[6] G. Ambrus and K. Szűcs, Eine elegante Königin: Kleider zählen - modellieren lernen, *Grundschulunterricht Mathematik* **2** (2015), 14–18.

[7] W. Blum and R. Borromeo-Ferri, Mathematical Modelling: Can it Be Taught And Learnt?, *Journal of Mathematical Modelling and Application* **1**, no. 1 (2009), 45–58.

[8] W. Blum and D. Leiß, Modellieren im Mathematikunterricht mit der "Tanken"-Aufgabe, *Mathematiklehren* **128** (2005), 18–21.

[9] W. Blum and D. Leiß, How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems?, in: *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics*, (C. Haines et al., eds.), Chichester: Horwood, 2007, 222–231.

[10] W. Blum and B. Wiegand, Offene Aufgaben - wie und wozu?, *Mathematiklehren* **100** (2000), 52–55.

[11] R. Borromeo Ferri, Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **2** (2006), 86–95.

[12] R. Borromeo Ferri, On the Influence of Mathematical thinking Styles on Learner's Modeling Behaviour, *Journal für Mathematik-Didaktik* **1** (2010), 99–118.

[13] A. Büchter and T. Leuders, Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern - Leistung prüfen, Cornelsen Scriptor, Berlin, 2005.

[14] U. D'Ambrosio, Mathematical Modeling: Cognitive, Pedagogical, Historical and Political Dimensions, *Journal of Mathematical Modeling and Application* **1** (2009), 89–98.

[15] M. Franke and S. Ruwisch, Didaktik des Sachrechnens, Spektrum, Heidelberg, 2010.

[16] H. Freudenthal, Wie alt ist der Kapitän?, *Mathematiklehren* **5** (1984), 38–39.

[17] L. Führer, Fehler als Orientierungsmittel. Vom respektvollen Umgang mit Fehlleistungen, *Mathematiklehren* **125** (2004), 4–8.

[18] G. Greefrath, Offene Aufgaben mit Realitätsbezug. Eine übersicht mit Beispielen und erste Ergebnisse aus Fallstudien, *Mathematica Didactica* **27** (2004), 16–38.

[19] G. Greefrath, Modellieren lernen mit offenen Aufgaben, Aulis, Köln, 2007.

[20] G. Hinrichs, Modellierung im Mathematikunterricht. Mathematik Primar und Sekundarstufe, Spektrum, Heidelberg, 2008.

[21] ISTRON - Gruppe, Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht, Franzbecker, Berlin - Hildesheim.

[22] Kultusministerkonferenz, Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss, KMK, Bonn, 2003.

[23] Kultusministerkonferenz, Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich, KMK, Bonn, 2005.

[24] Kultusministerkonferenz, Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife, KMK, Bonn, 2012.

[25] D. Leiß and W. Blum, Beschreibung mathematischer Kompetenzen, in: *Bildungsstandard Mathematik: konkret.*, (W. Blum et al., eds.), Berlin: Cornelsen Scriptor, 2006, 40–43.

[26] T. Leuders, Mathematik Didaktik. Praxisbuch für die Sekundarstufe I und II, Cornelsen Scriptor, Berlin, 2003.

[27] J. H. Lorenz, Wider sie rote Tinte, *Praxis der Grundschule* **26** (2003), 13–20.

[28] K. Maaß, Mathematisches Modellieren. Aufgaben für die Sekundarstufe I, Cornelsen Scriptor, Berlin, 2007.

[29] K. Maaß, Mathe braucht man im Leben. Heurekas Aufgaben für die 3. und 4. Klasse, Kontexis Arbeitshefte, Berlin:TJFBV, 2008.

[30] K. Maaß, Mathematisches Modellieren für die Grundschule. Handreichungen des Programmes SINUS an Grundschulen, IPN, Kiel, 2011.

[31] H. Maier A. Schubert, Sachrechnen. Empirische Befunde didaktische Analysen methodische Anregungen, Ehrenwirth, München, 1978.

[32] K. Mosonyi, Gondolkodási hibák az általános iskolai matematikaórákon, Tankönyvkiadó, Budapest, 1972.

[33] E. Pehkonen, Introduction: Use of Open-ended Problems, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **27** (1995), 55–57.

[34] A. Perlich, Bewertung offener Aufgaben, *Praxis der Mathematik in der Schule* **48** (2006), 27–30.

[35] A. Peter-Koop, Wie viele Autos stehen in einem 3-km -Stau? - Modellbildungsprozesse beim Bearbeiten von Fermi-Problemen in Kleingruppen., in: *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*, (S. Ruwisch and A. Peter-Koop, eds.), Offenburg: Mildenberger, 2003, 40–43.

[36] H. Radatz, Fehleranalysen im Mathematikunterricht, Vieweg, Braunschweig, 1979.

[37] S. Schukajlow, Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabenkultur, Waxmann, Münster, 2011.

[38] A. Silver, The Natur and Use of Open Problems in Mathematics Education: Mathematical and Pedagogical Perspectives, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **27** (1995), 67–72.

[39] T. Vidákovich, A matematikai kompetencia fejlesztésének koncepciója, Sulinova Kht, Budapest, 2005.

[40] B. Wiegand and W. Blum, Offene Probleme für den Mathematikunterricht - Kann man Schulbücher dafür nutzen?, *Beiträge im Mathematikunterricht*, WTM - Verlag Münster (1999), 590–593.

[41] G. Wittmann, Von Fehleranalysen zur Fehlerkultur, *Beiträge im Mathematikunterricht*, WTM - Verlag Münster (2007), 175–178.

[42] B. Zimmermann, Offene Probleme für den Mathematikunterricht und ein Ausblick an Forschungsfragen, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **23** (1991), 38–46.

[43] L. Zöttl and K. Reiss, Heuristische Lösungsbeispiele. Eine Lerngelegenheit für den anfänglichen Erwerb von Modellierungskompetenz, *Der Mathematikunterricht* **4** (2010), 20–27.

GABRIELLA AMBRUS
EÖTVÖS-LORÁND-UNIVERSITÄT
NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT
MATHEMATISCHES INSTITUT
MATHEMATIKDIDAKTISCHES ZENTRUM
1117 BUDAPEST PÁZMÁNY PÉTER SÉTÁNY 1/C
UNGARN

E-mail: ambrusg@math.elte.hu

KINGA SZŰCS
FRIEDRICH-SCHILLER-UNIVERSITÄT
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK
ABTEILUNG DIDAKTIK
07743 JENA ERNST-ABBE-PLATZ 2
DEUTSCHLAND

E-mail: kinga.szuecs@uni-jena.de

(Received May, 2016)