



13/1 (2015), 1–20

tmcs@math.klte.hu  
http://tmcs.math.klte.hu

**Teaching**  
Mathematics and  
Computer Science

# Ist eine schnelle tiefgehende (und nachhaltige) Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? - Reflexion der Erfahrungen eines Fortbildungskurses im Bereich der mathematischen Modellierung

GABRIELLA AMBRUS and ÖDÖN VANCsó

*Abstract.* Based on the material which was worked out within the project LEMA (2006-2009) pilot- teacher training courses were organized in the six partner countries, so in Hungary as well in the subject: Practice of Modelling tasks in the classroom. According to the tests which were filled out by the participants the conclusion was formulated that they achieved some changes in their pedagogical knowledge and in their estimation concerning their self-efficacy, but they didn't have shown any changes in their beliefs of mathematics and mathematics education. However according to their experience as project partners and leaders of the Hungarian course the authors have the idea that despite of the international results there are changes in this subject in the case of the Hungarian participants. This way can formulated the question:

*Which changes can be observed in the case of the participants concerning belief towards mathematics and mathematics education after the course and how long-lasting these changes are?*

The question is examined on the example of two teachers who were participants of the course.

*Key words and phrases:* modelling, belief, belief system, teacher training course.

*ZDM Subject Classification:* M13, M14, D40, C70, B50.

## Einleitung

Der Einbezug von Modellierungsaufgaben in die Schulpraxis gibt gleichzeitig viele Aufgaben für die didaktische Forschung. Als zentrale Probleme erweisen sich folgende Fragen: *Warum ist die Arbeit mit solchen Aufgaben schwer?*

und *Wie können die Schwierigkeiten beseitigt werden?* Weitere zu erforschende Themen werden durch Fragen erzeugt, die Lernende betreffen, einige darunter beziehen sich auch auf die Lehrpersonen, die in der Schule die Arbeit mit den Modellierungsaufgaben organisieren. Solche Fragen sind zum Beispiel die folgenden: “Über welche Kenntnisse muss eine Lehrperson verfügen, um erfolgreich mit Modellierungsaufgaben in der Schule zu arbeiten?” - diese Frage soll noch weiter untersucht werden [5] S.188, [4] S.117 - oder “How do the mathematical thinking styles of teachers’ influence their way of dealing with modelling tasks?”, wobei zwei Denkweisen von Lehrern (analytic thinker, visual thinker) im Zusammenhang mit dem Lösen von Modellierungsaufgaben analysiert werden [3] S. 53. Wie der Lehr- und Lernprozess hängt auch das Bild über Mathematik von Lehrern und Schülern miteinander zusammen und so ist es von entscheidender Bedeutung, wie aufgeschlossen Lehrer und Schüler Modellierungsaufgaben gegenüber sind.

Besonders interessant ist die Entwicklung des Bildes über Mathematik im nationalen Kontext im Zusammenhang mit Unterrichtstraditionen zu betrachten, da die Einstellung zur Mathematik und zum Mathematikunterricht beträchtlich durch persönliche Erfahrungen, Erlebnisse, Ideen, Verallgemeinerungen und Vorurteile aus verschiedenen Quellen beeinflusst wird [16]. Anschließend an die obigen Gedanken wird im Folgenden am Beispiel von ungarischen Lehrerinnen untersucht, welcher Zusammenhang zwischen der Entwicklung von Einstellungen von Lehrpersonen zur Mathematik bzw. zum Mathematikunterricht und ihrem Verhältnis zum Arbeiten mit Modellierungsaufgaben nach einem Lehrerfortbildungskurs aufgezeigt werden kann. Hier wird nur kurz auf den gesellschaftlichen und unterrichtsbezogenen Hintergrund hingewiesen, in dem die ungarischen Lehrer arbeiten [15].

Der erwähnte Fortbildungskurs wurde im Rahmen des europäischen Projekts LEMA (2006-2009) veranstaltet. Das Ziel des Projekts bestand in der Entwicklung von Materialien für den Einsatz von Modellierungsaufgaben in der Schulpraxis. Für die Erklärung von Modellierungsaufgaben wurde der Modellierungskreislauf genommen, der auch in PISA 2003 angewendet wurde [14]. Die Partner aus sechs Ländern, die am Projekt beteiligt waren, haben die erwähnten Materialien gemeinsam ausgearbeitet. Anschließend fand in allen betroffenen Ländern je ein Kurs zum Ausprobieren dieser Materialien statt. Der Kurs dauerte in der Regel fünf Tage und beinhaltete auch mehrere Tests. Die Ergebnisse wurden ausgewertet und anhand der Erfahrungen wurde ein gemeinsamer Pool an Materialien zusammengestellt.

Ist eine schnelle tiefgehende Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? 3

Aufgrund der Testergebnisse wurde festgestellt, dass nach dem Fortbildungskurs im Allgemeinen eine Änderung in den pädagogischen Kenntnissen sowie in der Beurteilung von persönlicher Wirksamkeit nachweisbar ist. Dagegen gab es aber unter den beteiligten Lehrern keine Änderung in der Einstellung zur Mathematik bzw. zum Mathematikunterricht [13]. Den Fortbildungskurs in Ungarn haben die Autoren der vorliegenden Arbeit gehalten. Nach ihren persönlichen Erfahrungen konnte die Vermutung formuliert werden, dass sich bei den teilnehmenden Lehrpersonen aus Ungarn im Gegensatz zum allgemeinen Ergebnis auch eine Änderung der Einstellung zur Mathematik bzw. zum Mathematikunterricht zeigte. Dementsprechend wurde die Frage gestellt: *Welche Änderung kann in der Entwicklung von Einstellungen zur Mathematik bzw. zum Mathematikunterricht der Teilnehmer in Zusammenhang mit der Arbeit mit Modellierungsaufgaben ermittelt werden und wie nachhaltig ist diese Änderung?* Diese Frage wird in diesem Beitrag am Beispiel von zwei Teilnehmerinnen des Fortbildungskurses näher betrachtet.

## 1. Theoretischer Hintergrund

Unterrichtliche Vorstellungen von Lehrern können als System einzelner Vorstellungen (“belief system”) verstanden werden.

Die Vorstellungen (“beliefs”) erscheinen bei Grigutsch/Raatz/Törner 1998 in Rahmen der Theorie von Einstellungen [9], aber es gibt kein einheitliches Bild über “beliefs” bzw. “belief system” [9], [11].

Hannula ist wegen seiner Forschungen der Meinung, dass Vorstellungen gegenüber Mathematik im Zusammenhang betrachtet werden müssen, wobei Kognition, Emotion und Motivation einbezogen sind. In seinem dreidimensionalen System erwähnt er “belief” im kognitiven Bereich und differenziert den Begriff weiter [11], S.43. Dieses System von Hannula wird hier nicht weiter analysiert, jedoch ist es wichtig die dem “belief” zugeschriebenen Aspekte “state” und “trait” zu erwähnen. Hannula gibt für diese Aspekte eine Erklärung durch ein Beispiel: “Unlike McLeod (1992) and Goldin (2002) I see beliefs have both a state aspect and a trait aspect. While a student may have a belief trait that he is not very good with mathematical tasks, his belief state regarding a specific task evolves as he reads the task and begins to solve it.” ([11] S. 12)

Dem Beliefsystem wird ein Einfluss auf die Unterrichtspraxis eingeräumt, die konkrete Verbindung zwischen Vorstellungen und Unterrichtspraxis ist aber nicht eindeutig geklärt [14], [16].

Elemente der Vorstellungen von Lehrern können je nachdem beeinflusst werden, wie und wie stark diese in dem Vorstellungssystem gebunden sind ([10], S.10) und wie problematisch die relevante Vorstellung in der Schulpraxis erscheint ([16], S. 140). Man kann die Beeinflussbarkeit der Vorstellungen auch aus dem Gesichtspunkt der beruflichen Entwicklung der Lehrer interpretieren.

Das “interconnected model” der beruflichen Entwicklung der Lehrer [6] untersucht die Wirkung der Änderung auf den angegebenen vier Gebieten. Der Prozess der Änderung wird durch “change sequences” gezeigt [6] S.951.

Die “change sequences” bestehen aus mindestens zwei Gebieten sowie aus den reflektiven und den enaktiven Prozessen, die diese verbinden. Betrachtet man diese Gebiete, so kommt die Vorstellung (“belief”) in der “Personal Domain” vor - zusammen mit anderen Aspekten wie Wissen (“knowledge”) und Einstellung (“attitude”). Nach dem Modell erfolgt in dem Fall, wenn diese Änderung nicht nur kurzzeitig ist, auch “professional growth” [6] S. 958-959). Weiterhin wird betont, dass die Umgebung, in der die Lehrperson arbeitet, eine große Wirkung auf die berufliche Entwicklung von Lehrern hat [6] S. 962-965. Darunter ist nicht nur die schulische Umgebung zu verstehen, sondern auch der soziale und kulturelle Hintergrund, in dem der Lehrer lebt.

Die berufliche Entwicklung ist eine positive Änderung im Vorstellungssystem der Lehrperson, die von vielen Aspekten abhängt, jedoch ist diese Änderung nicht leicht beeinflussbar. So kann der Erfolg von Lehrerfortbildungen, die eine größere Änderung im aktuellen System der Beteiligten bedeuten können, nur schwer gesichert werden.

## 2. Vorstellung der Lehrer und die schulische Anwendung von Modellierungsaufgaben

Nach der konstruktivistischen Auffassung wollen Erwachsene neue Dinge nur erlernen, wenn diese für sie viabel sind. “Eine neue Erkenntnis ist für jemanden viabel, wenn diese ihm passend ist und ihm beim Erreichen der Ziele hilft.” (vgl. [8] Kap. 3.5.8. Übersetzung G.A.). Dies bedeutet, dass die gegebenen neuen Erkenntnisse in das Vorstellungssystem einer Lehrperson über den Mathematikunterricht passen müssen, ihr beim Lehren und bei der professionellen Entwicklung sowie bei der Anerkennung ihrer Lehrtätigkeit helfen sollten. Anhand der Untersuchung der Wirkung von Lehrervorstellungen auf die professionelle Entwicklung im Zusammenhang von Modellierung ist zu vermuten, dass die Vorstellung der Lehrer

Ist eine schnelle tiefgehende Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? 5

über Mathematik bzw. Mathematikunterricht die Intention der schulischen Anwendung von Modellierungsaufgaben beeinflusst [14]. Es gibt allerdings auch den Standpunkt, dass der Zusammenhang zwischen Ideen über verwendete Aufgaben in der schulischen Praxis und der Einstellung der Lehrer gegenüber Unterricht im Allgemeinen sowie dem Unterricht seines Faches nur mäßig ist [12].

Anhand der vorangehenden fachdidaktische Ergebnisse werden folgende Hypothesen formuliert:

- Die Vorstellungen der Lehrer über Mathematik bzw. Mathematikunterricht die Intention und Verwirklichung der schulischen Anwendung von Modellierungsaufgaben stark beeinflusst.
- Obwohl eine Änderung im Vorstellungssystem nicht zu erwarten ist, andere Faktoren (z.B. eigene Interesse, Motivation) erlauben Modellierungsaufgaben in die schulische Praxis einzubauen.

### 3. Erhebungsmethoden

Für die Erhebung wurden konkrete Beobachtungsfelder sowie Methoden bestimmt. Bei den Beobachtungen wurden folgende Schwerpunkte gesetzt:

- (1) Die Entwicklung von Vorstellungen der beiden Lehrerinnen im Vergleich zueinander während des Kurses und nach dem Kurs.
- (2) Die Entwicklung von Vorstellungen der Lehrerinnen einzeln während und nach dem Kurs.

Als Methoden wurden

- einerseits die Fragebögen aus dem LEMA Projekt, sowie Erfahrungen und Einschätzungen zu den Lehrerinnen, die während des Kurses auf der Basis von Beobachtungen gewonnen wurden, und
- andererseits Stundenaufnahmen (Videos) sowie Interviews verwendet.

Die Beobachtung von verschiedenen Tätigkeiten der Lehrerinnen im Unterricht ist wichtig, da diese zentral erscheint, um ein Bild über die unterrichtsbezogenen Vorstellungen einer Lehrperson zu schaffen. [16] S.135. So wurden im Rahmen der Untersuchung nicht nur die Antworten in Tests und Interviews ausgewertet, sondern auch mehrere Stunden der Lehrerinnen besucht und aufgenommen (Videos), in denen sie mit Modellierungsaufgaben gearbeitet haben.

Für die Untersuchung der Fragen (siehe vorher) wurden zwei Lehrerinnen ausgewählt, die an dem LEMA-Kurs teilgenommen haben. Diese Wahl war unter Berücksichtigung folgender Aspekte getroffen:

- Sie haben unterschiedliche Vorstellungen über Mathematikunterricht
- Sie haben eine vergleichbare Berufserfahrung
- Beide stehen kurz vor ihrer Pensionierung
- Beide haben während des Kurses aktiv, mit Interesse gearbeitet, aber ihre Tätigkeit war inhaltlich verschieden
- Sie waren nach dem Kurs weiterhin engagiert
- Nach dem Kurs waren beide Autoren der vorliegenden Arbeit die auch den Fortbildungskurs geleitet haben der Meinung, dass bei diesen Lehrerinnen auch eine eindeutige Entwicklung im schulischen Verwenden von Modellierungsaufgaben zu erkennen war.

### 3.1. Methoden (Mittel) der Untersuchung

Für die Beobachtung von verschiedenen Tätigkeiten der Lehrerinnen im Unterricht wurden im Rahmen der Untersuchung verschiedene Mittel verwendet. Im Folgenden werden diese kurz vorgestellt.

#### 3.1.1. Tests

Die Teilnehmer des LEMA-Kurses haben den gleichen Test [13] dreimal ausgefüllt: Vor und direkt nach dem Kurs, bzw. in etwa 3 Monaten nach dem Kurs (Pre-, Post-, Follow up -Test). Aus diesem Test ist für uns die Seite 5.1 relevant.

5.1	<b>School mathematics in my lessons, from my point of view as a teacher</b>	strongly dis-agree				strongly agree
		<input type="radio"/>				

Die Aussagen/Items von 5.1. basieren auf dem Vorstellungssystem von Grigutsch, Raatz and Törner (1998) und in Maaß/Gurlitt (2009) ist die Struktur beschrieben. Die Aussagen/Items sind in vier Gruppen geordnet - diese Einteilung war aber für die Antwortenden nicht bekannt. Katja Maaß hat die Behauptungen angegeben, die nach dem gleichen Inhalt fragen, nämlich (Anwendung, Schema, Formalismus, Problemlösen); damit gibt es also insgesamt 4 Fragengruppen (vgl. Aspekte bei Grigutsch [10]).

Ist eine schnelle tiefgehende Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? 7

Sie sollten bei den einzelnen Items angeben wie “stark” sie damit einverstanden sind oder diese ablehnen.

Die Antworten des Tests wurden von uns mit Zahlen von 1 bis 5 bewertet: strongly disagree ist der Wert “1” strongly agree der Wert “5” zugeordnet worden.

Etwa ein Jahr nach dem Kurs, im Frühling 2010 haben die beiden Lehrerinnen die Seite 5.1 nochmals ausgefüllt (Follow-up 2). Dies war für die Beobachtung der Nachhaltigkeit der Änderungen wichtig. Wenn die Änderung nach einem Jahr noch im Allgemeinen vorhanden ist, so wurde diese als nachhaltig bewertet.

Bei dem Punkt 5.1 im Test gab es neben den Behauptungen, die eher für einen *traditionellen* auch solche die eher für einen *problemlösenden* Unterricht charakteristisch sind. Damit diese Frage näher untersucht werden kann, wurde ein weiterer Fragebogen (Test 2) angefertigt: In diesem wurden bereits entwickelte vergleichende Merkmale für beide Unterrichtsformen (traditionell oder problemlösend) verwendet [2]. Die Lehrerinnen haben den Test 2 im Frühling 2010 ausgefüllt. Aus den Ergebnissen werden Erfahrungen über die Grundvorstellungen der Lehrerinnen genommen.

### 3.1.2. Videoaufnahmen von Stunden

In allen Partnerländern des LEMA-Projekts wurden Videoaufnahmen von Unterrichtsstunden gemacht. Die Aufnahmen der beiden Lehrerinnen dieser Untersuchung wurden im Frühling 2010 noch mit zwei weiteren Aufnahmen ergänzt. Vor allen Aufnahmen wurden die Lehrerinnen instruiert, eine Stunde zu halten, in der mit Modellierungsaufgabe gearbeitet wird. In den Stunden war immer mindestens ein Autor anwesend.

Zur Analyse der Aufnahmen sind folgende Gesichtspunkte gewählt:

- Aufgabenwahl
- Gruppen/Klassenwahl
- Verhalten der Lehrerin während der Stunde
- Methoden bei der Arbeit mit Modellierungsaufgaben in der Stunde

### 3.1.3. Interviews

Nach der Aufnahme der Stunde nach dem LEMA-Kurs wurde mit beiden Lehrerinnen nach vorher angegebenen Gesichtspunkten auch ein Interview durchgeführt, in dem die Fragen teils mit dem Unterricht selbst zusammenhängen, sich teils auf die Einstellung der Lehrerinnen gegenüber Mathematikunterricht beziehen.

### 3.1.4. Die Lehrerinnen

Im Folgenden werden beide Lehrerinnen vorgestellt.

Éva unterrichtet seit längerer Zeit an einem Gymnasium in Budapest. Sie nimmt in jeden zwei - drei Jahren einmal an Lehrerfortbildungen teil. Sie ist stellvertretende Direktorin und hat daher wenige Unterrichtsstunden im Fach Mathematik. Sie hat regelmäßig leistungsstarke Gruppen, die ein bis zwei Jahre vor dem Abitur stehen.

Sie will möglichst neue und unerwartete Situationen in ihren Stunden vermeiden (neue Ergebnisse, Lösungen usw.), da sie der Meinung ist, dass diese ihre Stunden nur stören. Diese Meinung hat sie auch mehrmals während des LEMA-Kurses geäußert.

Sie hat sich aus persönlichen Gründen für den LEMA-Kurs angemeldet. Besonders zu Beginn des Kurses war sie aktiv, hat viele Fragen gestellt und schon für das zweite Kurstreffen eine eigene Modellierungsaufgabe entwickelt, obwohl darum nicht gebeten wurde.

Sie erzählte, dass sie viel Freude in ihrer Lehrertätigkeit hat und dass sie sich mit Schülerinnen und Schülern gut versteht. Sie steht kurz vor ihrer Pensionierung.

Im Interview nach der Stunde, die während des Kurses gemacht wurde, hat sie unter anderem erwähnt, dass sie vor dem Arbeiten mit Modellierungsaufgaben Angst habe, sie kann nur bei leistungsstarken Schüler die Arbeit mit solchen Aufgaben vorstellen, Außer in der beobachteten Stunde habe sie nur einmal in ihrer Praxis mit solchen Aufgaben gearbeitet. Sie konnte keine bestimmten Ziele für ihre professionelle Entwicklung benennen. Sie hat nur mit einer Kollegin über den LEMA Kurs gesprochen, da sie dachte, ihre Kollegen würden nicht verstehen, warum sie an diesem Kurs teilnimmt.

*Kati* unterrichtet seit längerer Zeit in den Klassen 5 bis 8 in Budapest. Sie ist regelmäßige Teilnehmerin von Fortbildungskursen. Sie meldete sich an dem LEMA Kurs an, da dieser ihrer Meinung nach ihre vorab erworbenen Kenntnisse über kooperative Methoden und über kompetenz-basierten Unterricht gut ergänzt. In ihrer Praxis erprobt sie gerne, was sie in den Kursen erlernt hat, und entwickelt diese Kenntnisse weiter.

Sie war eine aktive und kritische Teilnehmerin im LEMA-Kurs. Sie unterrichtet gerne und hat guten Kontakt zu ihren Schülern. Sie steht kurz vor ihrer Pensionierung.

Im Interview nach der Stunde, die während des Kurses gehalten wurde, hat sie unter anderen gesagt, dass sie seit Beginn des Kurses schon etwa in etwa zwölf

Ist eine schnelle tiefgehende Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? 9

Stunden mit Modellierungsaufgaben gearbeitet habe, aber früher keine solchen Aufgaben verwendet habe. Sie hat mit Kollegen über das Thema Modellierung gesprochen, aber nicht direkt über den Kurs. Der Kurs habe zudem ihr Selbstvertrauen in ihre Fähigkeit, mit Modellierungsaufgaben in einer Stunde zu arbeiten, verstärkt. Jetzt will sie solche Aufgaben in möglichst vielen Unterrichtsstunden verwenden.

Die Lehrerinnen stehen also kurz vor ihrer Pensionierung, aber noch einige Jahren aktiv arbeiten. Bei Éva ist zu erwarten dass sie Modellierungsaufgaben noch hoffentlich in ihr Praxis einbaut aber höchstens einmal-zweimal jährlich. Sie wird aber versuchen (einfache) mathematische Probleme aus dem Alltag in ihren Stunden öfter zu lösen.

Kati wird in der Zukunft möglichst viele Modellierungsaufgaben mit ihrer Klassen lösen und versucht nicht nur neue Aufgaben selbst zu entwickeln sondern auch ihre Methoden bei der Verarbeitung der Aufgaben mit den Schülern zu “verfeinern”.

#### 4. Die Resultate der Untersuchung

Im Test 2 sollten die Lehrerinnen Behauptungen zustimmen oder diese ablehnen, die sich auf ihre Unterrichtsmethode bezogen. Es gab jeweils acht Behauptungen zum problemlösenden und traditionellen Unterricht. Die Bewertungen 4 und 5 bedeuteten “Zustimmung”, die Bewertungen 1 und 2 galten als “Ablehnung”. Die Bewertungen 3 wurden als “unsicher” außer Acht gelassen. Éva hat vier problemlösenden und fünf traditionellen Behauptungen zugestimmt sowie eine problemlösende und eine traditionelle Behauptung abgelehnt. Kati hat sieben problemlösenden Behauptungen und keiner traditionellen Behauptung zugestimmt aber keine problemlösende und fünf traditionelle Behauptungen abgelehnt.

Für die Bewertung des weiteren Tests wurden Tabellen angefertigt, anhand derer die Resultate der beiden Lehrerinnen für den Teil 5.1 in dem Pre-, Post-, und Follow-up - Tests dargestellt wurden. Dabei beschränken wir uns auf die Ergebnisse zu den Items, bei denen sich die Meinungen der beiden Lehrerinnen um 2 auf der Ordinalskala unterscheiden. In gleicher Weise zeigen weitere Tabellen die Items zu je einer der beiden Lehrerinnen, bei denen sich die Einschätzung zu zwei Messzeitpunkten um mindestens 2 auf der Ordinalskala unterscheidet.

Für die Bewertung haben wir auch statistische Methoden verwendet, die später erwähnt werden.

#### 4.1. Die Entwicklung der Vorstellungen der beiden Lehrerinnen während und nach dem Kurs im Vergleich zueinander

Beide Lehrerinnen haben den Abschnitt 5.1 des Tests insgesamt viermal ausgefüllt, zweimal im Kurs (vor und nach dem Kurs), einmal etwa 3 Monaten nach dem Kurs und einmal etwa ein Jahr nach dem Kurs im Frühling 2010.

Für die Auswertung der Daten wurde, um die Signifikanz von Unterschieden zu testen, der - im Fall der nicht metrischen (aber Rang-)Daten gewöhnliche und später noch erwähnte- Man-Whitney-Test verwendet. Bei allen 21 Fragen sind die Unterschiede (Differenzen) der beiden Lehrermeinungen im Vergleich vom Beginn des Kurses zum Zeitpunkt einem Jahr nach dem Kurs (Follow-up 2) kleiner geworden. Die Summe der Differenzquadrate beträgt bei dem Pre-Test 49 (Standardabweichung 1,53), die bei dem Post-Test auf 36 (Standardabweichung 1,3) abgenommen hat.

Im Fall des Follow-up Testes gab es eine größere Abweichung - aber nur im kleineren Maß - (die Varianz 2,333) und der spätere Follow-up 2 Test zeigt viel kleinere Abweichung verglichen mit dem Pre -Test. Die Varianz beträgt in diesem Fall 0,571, also verkleinert sich die Streuung auf 0,76. Auch dieses Ergebnis hat die These unterstützt, dass sich die Veränderungen in dem Vorstellungssystem auf lange Sicht verringern. Die bedeutenderen Veränderungen sind langsam verschwunden. Bei dem Follow-up 2 Test gibt es bei keinem der 21 Items eine bedeutende Abweichung (mehr als 2).

Auf der Basis der Analyse der Varianz der untersuchten einzelnen “Fragegruppen” kann festgestellt werden:

Im Fall der Fragegruppen zu “Anwendungen” (Item 2, 4, 8, 10 und 20) und zu “Schema” (Item 1, 13, 15, 17, 21) sind die bei dem Pre-Test erhaltenen, nicht hohen Abweichungen (5) beim Post-Test und Follow-up Test noch geblieben, bei dem Follow-up 2 Test sind aber diese Abweichungen völlig verschwunden (1).

Zum Beispiel haben die Lehrerinnen bei den insgesamt vier Testdurchführungen der Reihe nach folgende Zahlen (zwischen 1 und 5) bei Item 5.1.10 angegeben: Éva, 3,2,2,3 und Kati 3,4,4,3.

5.1.10	<b>School mathematics helps to understand phenomena from various areas of our society.</b>	strongly dis-agree				strongly agree
		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

Interessant ist auch das Resultat des Items 5.1.13. Im Verhältnis zueinander gibt es bei diesem Item nur am Anfang eine größere Differenz, die später

Ist eine schnelle tiefgehende Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? 11

verschwindet, da die Lehrerinnen in den vier verschiedenen Tests hier der Reihe nach folgende Bewertungszahlen (zwischen 1 und 5) angegeben haben: Éva, 4,2,2,2 und Kati 2,3,2,2.

5.1.13	<b>School mathematics helps to understand phenomena from various areas of our society.</b>	strongly dis-agree				strongly agree
		<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>

In der Fragengruppe “Formalismus” (Items 3, 5, 6, 9 und 12) gibt es im Pre-Test eine kleine Differenz (3). Diese Differenz hat aber bis zum Ende des Kurses zugenommen (10) und blieb auch im Follow-up Test erhalten. Im Follow-up 2 Test wurde diese Differenz wieder kleiner (5). In der Gruppe “Problemlösen” (Item 7, 11, 14, 16, 18 und 19) gab es im Pre -Test eine große Differenz zwischen den Meinungen der beiden Lehrerinnen (36). Diese wurde schon im Post-Test beträchtlich kleiner (16) und verkleinerte sich weiter im Follow- up Test (14). Im Follow-up 2-Test wurde diese noch kleiner (5), das heißt, die durchschnittliche Differenz von 2,45 vor dem Kurs verringerte sich auf kleiner als 1.

Obwohl am Anfang die Differenz beträchtlich war, näherten sich die Meinungen der Lehrerinnen in den Follow up-Tests an. *Bei Éva ist eine größere Änderung zu sehen, die auch als eine Offenheit für Neuerungen bewertet werden kann, was als eine nachhaltige Wirkung der Fortbildung erscheint.*

Im Follow-up 2 Test gab es bei allen Items eine Differenz von höchstens 1.

Die Tatsache, dass es bei den Antworten am häufigsten beim “Problemlösen” eine größere Differenz gab, ist mit den grundsätzlich verschiedenen Einstellungen (traditionelle oder problemlösend) der beiden Lehrerinnen gegenüber dem Unterricht zu erklären. Es ist wichtig hier zu betonen, dass diese Differenz nach dem Kurs nachhaltig kleiner wurde.

#### 4.2. Die Entwicklung der Vorstellungen der Lehrerinnen anhand der Tests

Unter den Aussagen in Teil 5.1 des Tests gibt es solche, die den gleichen Inhalt ansprechen (die bereits genannten Fragegruppen). Deshalb können die Änderungen sowohl bei allen einzelnen Fragen als auch bei den Fragegruppen untersucht werden. Es muss an dieser Stelle noch betont werden, dass die Antworten auf einer ordinalen Skala und nicht auf einer Intervallskala gemessen werden. Die Differenzen der Antworten können also metrisch nicht gemessen werden, sondern sie können nur in eine Reihenfolge (eine Ordnung) gebracht werden.

Aus dieser Tatsache folgt, dass die Veränderungen durch ein Mann-Whitney-Test und nicht durch ein t-Test untersucht werden sollten.

Es wurde untersucht, in welcher der vier verschiedenen Fragegruppen eine signifikante Änderung im Vergleich zu einem späteren Test gemessen werden kann. So wurden bei den zwei ausgewählten Lehrerinnen insgesamt 48 Signifikanztests durchgeführt. In weiteren zwölf Tests wurde überprüft, ob eine Änderung bezogen auf alle 21 Items nachzuweisen ist.

*Éva*

In den Tests, die Éva nach dem Kurs ausgefüllt hat, ist häufiger eine größere Differenz zu den entsprechenden Antworten im Pre-Test zu sehen als es bei Kati. Bezogen auf alle 21 Items kann allerdings keine signifikante Änderung ihrer Vorstellungen gezeigt werden (in keinem Test nach dem Kurs vergleichend zu einem der früheren Tests). Aber es gibt doch interessante Einzelergebnisse.

Zum Beispiel wurden bei folgenden zwei Items (Problemlösen) in den Pre- und Post- Tests die Antworten 1 und 3 angegeben im Follow-up- Test dann für beide 2 und schließlich im Follow-up-2-Test für beide 3. Problemlösende Behauptungen wurden also etwas mehr akzeptiert.

5.1.7	<b>School mathematics is the memorizing and application of definitions, formulas, mathematical facts and procedures.</b>	strongly dis-agree				strongly agree
		<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>

5.1.16	<b>Doing mathematics at school involves innovative thinking and new ideas.</b>	strongly dis-agree				strongly agree
		<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>

Das folgende Item (Schema) ist in den Pre- und Post Tests jeweils mit 4 bewertet worden, im Follow-up-Test dagegen mit 2.

5.1.13	<b>School mathematics helps to understand phenomena from various areas of our society.</b>	strongly dis-agree				strongly agree
		<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>

Das folgende Item (Formalismus) hat Éva mit 4 bewertet, sowohl im Pre-Test als auch im Follow-up-2-Test. Zwischen den beiden Tests hat sie aber auch andere Bewertungen vorgenommen.

Ist eine schnelle tiefgehende Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? 13

5.1.5	<b>It is possible for students to discover and try out many things in school mathematics.</b>	strongly dis-agree				strongly agree
		<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>

Zu diesem Item (Schema) hat sie in allen weiteren Tests höhere Werte angegeben als im Pre-Test (3), z.B. 4 im Follow-up-2.

5.1.15	<b>Doing school mathematics demands a lot of practice in following and applying calculation routines and schemes.</b>	strongly dis-agree				strongly agree
		<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>	<b>O</b>

*Kati*

Aufgrund ihrer Antworten kann festgestellt werden, dass die Differenz zwischen den Bewertungen im Pre-Test und Follow-up-Test nie größer als 1 ist (sogar in den beiden anderen Tests gibt es nur selten einen größeren Unterschied).

Obwohl eine geringe Änderung in den Follow-up-Tests zu sehen ist (besonders im Vergleich zum Pre- Test), ist zusammenfassend festzustellen, dass sich in den Vorstellungen von Kati keine anhaltende Änderung zeigt.

*Diese Ergebnisse weisen auch darauf hin, dass bei den Lehrerinnen laut der Daten der Tests keine bedeutende Änderung in den Vorstellungen gezeigt werden können.*

### 4.3. Die Unterrichtsstunden

Die Beobachtungen der Modellierungs-Stunden beider Lehrerinnen dienen als wichtige Ergänzungen zu den vorangehenden Ergebnissen der Fragebögen.

Aus der Schulpraxis einer Lehrerin kann man einiges über ihr “belief” gegenüber Mathematikunterricht erkennen, schon wenige Stunden können informativ und ergänzend zu anderen Messinstrumenten wie z. B. den Fragebögen sein.

Die Erfahrungen während des Kurses bezüglich der Arbeit und der Reaktionen der Lehrerinnen lassen vermuten: Ihr “belief” gegenüber Mathematik, besonders hinsichtlich Modellierung veränderte sich einigermaßen.

Im Folgenden wird über die Stunden berichtet, die direkt bzw. einigen Monaten nach dem LEMA Kurs von den Lehrerinnen gehalten wurden. Die kurzen Unterrichtsbeschreibungen auf der Basis der früher angegebenen Gesichtspunkte geben einen kurzen Einblick in ihre Unterrichtspraxis bezüglich Modellierung und den damit verbundenen Veränderungen.

### Über die Stunden der Lehrerinnen, die am Ende des Kurses gehalten wurden

Éva hat eine bekannte Modellierungsaufgabe aus dem Fortbildungskurs gewählt (Unterschriften sammeln gegen ein neues Gesetz<sup>1</sup>) und hat diese in einer Gruppe im Jahrgang 11 bearbeitet. Bei der Klasse handelte es sich um einen Leistungskurs in Mathematik. Éva sagt, dass die Schülerinnen und Schüler gerne und selbstständig arbeiten und fügte hinzu, dass sie mit solchen Modellierungsaufgaben in anderen Gruppen/Klassen nicht arbeiten würde. Die Klasse arbeitete in jeweils aus vier Personen bestehenden Gruppen.

Während der Arbeit der Gruppen ging Éva nur selten zu den Schülern, da sie bewusst Hilfestellung vermeiden wollte. Nachdem alle Gruppen fertig gewesen waren (sie konnten messen, rechnen usw.) antworteten Schülerinnen und Schüler auf Fragen der Lehrerin. Die Resultate schrieb Éva an die Tafel, kommentierte und ergänzte diese.

Auch Kati hat eine aus dem Fortbildungskurs bekannte Modellierungsaufgabe gewählt und in einer “normalen” siebten Klasse behandelt (Wassersparen<sup>2</sup>). Die Klasse arbeitete in Gruppen und wurde dabei von der Lehrerin unterstützt. Kati teilte die Arbeit an der Modellierungsaufgabe in zwei Phasen. In der ersten Phase mussten die Gruppen bedenken, welche Fragen sie in Zusammenhang mit der Aufgabe stellen können. Nachdem diese gemeinsam gesammelt und von der Lehrerin an die Tafel geschrieben waren, wurden unter Unterstützung der Lehrerin zwei mögliche Richtungen für das weitere Vorgehen bestimmt, von denen die Gruppen eine wählen konnten.

Während der zweiten Phase konnten die Gruppen messen und rechnen. Die Lehrerin beteiligte sich zwar an den Gruppen, half aber nicht direkt. Danach kam es zu einer Besprechung der Resultate der Gruppen, die von der Lehrerin kommentiert wurden.

### Über die Stunden, die später aufgenommen wurden

Éva arbeitete mit derselben Gruppe wie vorher, die nun kurz vor dem Abitur stand. Diesmal mussten die Schülerinnen und Schüler eine Modellierungsaufgabe selbst erstellen und in Gruppen bearbeiten. In der Stunde wurden nur die Aufgaben und Lösungen gruppenweise präsentiert und besprochen.

<sup>1</sup>[http://www.lemma-project.org/web.lemaproject/web/de/tout.php?v3=/web.lemaproject/web/de/page\\_resources.htm](http://www.lemma-project.org/web.lemaproject/web/de/tout.php?v3=/web.lemaproject/web/de/page_resources.htm)

<sup>2</sup>[http://www.lemma-project.org/web.lemaproject/web/dvd\\_2009/german/lessons.html](http://www.lemma-project.org/web.lemaproject/web/dvd_2009/german/lessons.html)

Ist eine schnelle tiefgehende Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? 15

Die Präsentationen der Gruppen wurden von je einem Schüler der Gruppe vorgestellt, während aber in der vorangehenden Arbeit alle Mitglieder der Gruppen beteiligt waren. Bei der Besprechung beantworteten dann alle Mitglieder der jeweiligen Gruppe die Fragen der Lehrerin und des anwesenden Autors. Die Gruppen haben ihre Präsentation zuerst vorgeführt, und wurden dabei höchstens ermuntert. Erst am Ende stellte die Lehrerin Fragen, ohne andere Schüler zu beteiligen.

Es stellte sich heraus, dass die Lehrerin die Aufgabenideen bereits im Vorfeld der Unterrichtsstunde mit den Schülerinnen und Schülern besprochen und die Aufgaben der Gruppen gemeinsam mit diesen ausgewählt hatte.

Kati arbeitete wieder mit einer siebten Klasse. Die Stunde begann mit einer “traditionellen” Aufgabe, die in Bezug zu der Modellierungsaufgabe stand, die in dieser Stunde später bearbeitet wurde. Die Klasse arbeitete in verschiedenen Gruppen an derselben Aufgabe. Es gab große Unterschiede bezüglich der Leistung in den verschiedenen Gruppen. Die Klasse arbeitete wieder nach der Struktur der bereits vorgestellten Stunde von Kati: Es wurden sich gruppenweise Fragen überlegt und anschließend an der Tafel gesammelt. Nach diesen Fragen wurde wieder das Vorgehen für den zweiten Teil der Arbeit in den Gruppen formuliert. Die Gruppen konnten ihre Lösung in dieser Unterrichtsstunde nicht fertigstellen, sondern beendeten die Arbeit an der Modellierungsaufgabe erst in der nächsten Stunde. Nach der Stunde erzählte Kati, dass sie diese Aufgabe mit einer anderen siebten Klasse schon gelöst hatte die aber damit fertig werden konnten.

### Auswertung der Stunden

Schon die Tatsache, dass Éva nicht nur direkt nach dem LEMA Kurs, sondern auch später bereit war eine Stunde mit Modellierungsaufgabe zu halten, weist auf eine Änderung bezüglich ihrer eher traditionellen Vorstellungen gegenüber Mathematikunterricht hin, da sie es mag, mit geschlossenen Aufgaben gut planbar arbeiten. Ihr Versuch während der Stunde mit Gruppen zu arbeiten, war zwar durch traditionelle Elemente geprägt, sie versuchte aber bewusst den Gruppen mehr Freiheit zu lassen. In der zweiten beobachteten Stunde versuchte sie das Arbeiten mit den Modellierungsaufgaben mehr an ihre Unterrichtsvorstellung anzupassen. Dies tat sie zum Beispiel mit Hilfe von vorbereiteten Aufgaben, die die Stunde für sie berechenbarer organisierten.

Bei Kati war es zu erwarten, dass sie auch später nach dem Kurs bereit sein wird Unterrichtsstunden mit Modellierungsaufgaben zu halten. In der beobachteten Stunde direkt nach dem Kurs hat sie noch eine aus dem Kurs bekannte bzw.

bearbeitete Aufgabe gewählt. Aber in der späteren Stunde hat sie schon eine selbst konzipierte Modellierungsaufgabe bearbeiten lassen. In der zweiten Stunde war noch mehr zu spüren, dass sie das Arbeiten mit Modellierungsaufgaben an ihre Vorstellung anpassen will. Eingebettet in das Thema der Stunde probierte sie Modellierungsaufgaben in verschiedenen Klassen aus, wie sie auch normalerweise interessante Aufgaben oder Methoden in ihre eher problemorientierte Unterrichtspraxis einzubinden versucht.

## 5. Zusammenfassung

Anhand der untersuchten Dokumente, Interviews und Stundenaufnahmen entstand ein differenziertes Bild über die Entwicklung der beiden Lehrerinnen. Obwohl anhand der Tests im internationalen Vergleich im Bereich Vorstellungen gegenüber der Mathematik keine wesentlichen Änderungen - ausgenommen im Fall Ungarn - zu erkennen sind [13], gab es anhand der weiteren Vergleiche aller vier Tests bei den gewählten ungarischen Teilnehmerinnen interessante Ergebnisse. Diese wurden durch die Ergebnisse weiterer Beobachtungen unterstützt.

Die Testergebnisse konnten nicht alle Veränderungen der Teilnehmervorstellungen wiedergeben. Im Fall der beiden ausgewählten Lehrerinnen können aber wesentliche Vorstellungsumstellung bemerkt werden, die durch Interviews verstärkt wurden. Das zeigt klar, dass neben der Auswertung des Tests eine persönliche Besprechung und die Untersuchung der Schulpraxis aller Teilnehmer nötig wäre. Unsere Fragen können nur durch ein umfangreiches Experiment zuverlässig beantwortet werden. Der vorgestellte Fall der zwei Lehrerinnen gab uns aber einen positiven Eindruck über die Möglichkeit der Einstellungsveränderungen bei Lehrer durch einen solchen Fortbildungskurs auf dem Gebiet der Modellierung.

Beide Lehrerinnen waren interessiert an der Anwendung von Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht - darum haben sie sich beide zum Fortbildungskurs angemeldet, der als offizielle Fortbildung nicht anerkannt werden konnte, obwohl ihre Vorstellungen über den Mathematikunterricht verschieden sind.

Kati ist eine erfahrene Lehrperson mit festen Vorstellungen über ihren Unterricht. Sie versucht, neue Erfahrungen in ihren Unterricht immer mehr einzubauen, sofern diese ihren Einstellungen gegenüber Mathematik entsprechen. Ihre traditionellen Vorstellungen sind durch Aspekte eines problemlösenden Unterrichts angereichert. In ihrer Arbeit denkt sie über die Möglichkeiten von Modellierungsaufgaben nach und sucht auch hier nach neuen Themen und Aufgaben für ihre schulische Praxis.

Ist eine schnelle tiefgehende Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? 17

Für ihre Entwicklung ist es charakteristisch, dass in mehreren Items eine Änderung ihrer Bewertung zu erkennen ist, wenn die Ergebnisse vor und nach dem Kurs verglichen werden. Später kehrt sie aber im Allgemeinen zu ihren ursprünglichen Ideen zurück. In ihrer zweiten Stunde ist aber noch eindeutiger zu erkennen, dass sie die Modellierungsaufgaben in ihre Stunden einzubauen versucht.

Im Interview nach dem Kurs betonte sie, dass sie durch den Fortbildungskurs eine Bestätigung bezüglich ihrer Ideen bekommen hat. Dies stimmt mit den Ergebnissen überein.

Sie bemüht sich um die Verbesserung ihres eher problemlösenden Unterrichtes, was auch als “trait belief” [11] verstanden werden kann, wobei in ihrer Entwicklung die logische Strenge eine geringe Rolle spielt und die gesellschaftlichen Bezüge der Mathematik dagegen mehr betont werden. Es ist also zu sehen, dass, obwohl bei ihr nach der Test Ergebnissen Änderung kaum wahrzunehmen ist, ihre Vorstellungen in die Richtung von Einbauen der Modellierungsaufgaben in die Mathematikstunde weiterentwickelt haben.

Im Gegensatz zu ihrer langen, eher traditionellen Praxis als Mathematiklehrerin ist Éva oft unsicher bezogen auf ihre Fähigkeiten, ist aber auch für Neuigkeiten offen.

Sie beschreibt sich selbst als sehr konservativ, versucht aber dennoch, neue Möglichkeiten im Unterricht auszuprobieren. Vermutlich wegen ihrer leitenden Position in der Schule ist sie an allgemeinen Fragen bezüglich Modellierungsaufgaben in der Schulpraxis scheinbar stärker interessiert als an der Anwendung von Modellierungsaufgaben in ihrer eigenen Praxis. Sie sprach uns in einem Gespräch über ihre Fragen und Ideen bezüglich Modellierung in der Lehrerausbildung sowie über die Stellung der Modellierung in den verschiedenen Fachbereichen (z.B. Physik, Chemie usw.). In der ersten beobachteten Stunde versuchte sie einen traditionellen Frontalunterricht, während sie in der zweiten beobachteten Stunde den Schülern mehr Freiheit ließ.

Sie neigt dazu, sich zurückhaltend und etwas phantasielos zu geben. Dies stimmt in dieser Form aber nicht und steht im Gegensatz zu dem, was sie in dem Interview gesagt hat: Sie betrachtet den Unterricht seit dem Kurs neu. Anhand der Tests stellte sich auch heraus, dass sie nach dem Kurs gegenüber Veränderungen etwas offener wurde.

Zwischen den zwei Stunden hat sie auch einige selbsterstellte Modellierungsaufgaben an die Autoren geschickt und hat auch über Erprobungen dieser Aufgaben in der Schule berichtet. Die Aufgaben stammten aus dem Gebiet der Kombinatorik und waren praktisch traditionelle, eher eingekleidete Aufgaben. Dies zeigt auch, dass sie an Fragen der Modellierungsaufgaben in der Schulpraxis interessiert ist, aber noch Schwierigkeiten bei der “Umstellung” ihrer traditionellen Vorstellungen über Mathematikaufgaben hat.

Bei ihr ist das “Problemlösen” im Laufe des Kurses wichtiger geworden. Die Entwicklung ihrer Einstellung zu Veränderungen ist zwar eine sichtbare, aber weniger nachhaltige Änderung. In ihrem “belief” erschien - mit den schon erwähnten Begriffen von Hannula ausgedrückt - neben einem festen traditionellen “trait aspekt” auch ein durch persönliches Interesse gesteuerte “state aspekt” für Stunden und Unterricht mit Modellierungsaufgaben.

Aus den Obigen folgt, dass die Hypothese, dass die Vorstellung der Lehrer über Mathematik und Mathematikunterricht die Intention und Praxis der schulischen Anwendung von Modellierungsaufgaben stark beeinflusst ist am Beispiel der beiden Lehrerinnen erfüllt.

Die Hypothese dass andere Faktoren als die genannte Vorstellung erlauben Modellierungsaufgaben in die schulische Praxis einzubauen ist bei Éva nur teilweise erfüllt, da sie weiterhin nur in bestimmten Fällen und selten kann solche Aufgaben in seiner Stunde “vorstellen” kann und hat auch ihre Stunde so organisiert dass sie möglichst wenige “unerwartete” Momente erleben soll.

Die Vorstellungen der Lehrerinnen näherten sich nachhaltig an, insbesondere auf “Problemlösen” bezogen. Erstaunlicherweise sank hier die Zustimmung bei Kati nach dem Kurs etwas. Die Einschätzung der Wichtigkeit von “Schema” und “Formalismus” wurde bei beiden Lehrerinnen nach dem Kurs nachhaltig geringer.

Bei den Lehrerinnen zeigte sich auch:

“Elemente der Vorstellungen von Lehrern werden je nach dem beeinflusst, wie und wie stark diese in dem Vorstellungssystem gebunden sind ([10] S.10)” - dieses Vorstellungssystem ist hier als Grundvorstellungssystem durch Züge des traditionellen und problemlösenden Unterrichts charakterisiert. Es war auch zu sehen, dass die Änderung in den Vorstellungen praktisch “so” geschah, wie es in der eigenen Schulpraxis erfolgreich einbaubar war (vgl. Beeinflussbarkeit der Vorstellungen S.2).

Am Beispiel der beiden Lehrerinnen ist sichtbar geworden, was bei mehreren Teilnehmern des Kurses festgestellt werden konnte:

Ist eine schnelle tiefgehende Änderung in der Vorstellung von Mathematiklehrern möglich? 19

Durch den LEMA-Kurs begann bei den Teilnehmern eine Entwicklung in den Vorstellungen zum Mathematikunterricht die mit “Modellierung” und Modellierungsaufgaben in Zusammenhang gebracht werden können.

Diese Entwicklung verstärkte sich durch positive Erfahrungen und Rückmeldungen in der Schule noch weiter.

## 6. Ausblick

Anhand dieser Erhebungen können weitere Forschungen zu Lehrerfortbildungskursen zum Thema Modellierung gemacht werden. Inzwischen wurden diese Kurse in Ungarn an der Universität ELTE akkreditiert und werden daran - nach unseren Hoffnungen - noch mehr Lehrer teilnehmen. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse können zur Steigerung der Wirksamkeit der Kurse beitragen.

Im vorliegenden Artikel und bei dessen Ergebnissen wurde keine Analyse der ungarischen Unterrichtstraditionen vorgenommen. Dazu wären weitere umfangreiche (und vergleichende) Untersuchungen nötig.

## Literatur

- [1] G. Ambrus and Ö. Vancsó, Modellierungs- und Anwendungsaufgaben im Unterricht und in der Lehreraus- und fortbildung- Wirkungen eines Lehrerfortbildungskurses auf die Teilnehmer, in: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, WTM - Verlag Münster, 2009, 451–454.
- [2] G. Ambrus, Üben in der Planung des Mathematikunterrichtes, Universität Salzburg, 2003, Dissertation.
- [3] W. Blum and R. Borromeo-Ferri, Mathematical Modelling: Can it Be Taught And Learnt?, *Journal of Mathematical Modelling and Application* **1**, no. 1 (2009), 45–58.
- [4] R. Borromeo-Ferri, On the Influence of Mathematical Thinking Styles on Learners’ Modelling Behaviour, *Journal für Mathematik-Didaktik* **31**, no. 1 (2010), 99–118.
- [5] H. Burkhardt with contributions by H. Pollak, Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future, *ZDM* **38** (2006), 178–195.
- [6] D. Clarke and H. Hollingsworth, Elaborating a model of teacher professional growth, *Teacher and Teacher Education* **18** (2002), 947–967.
- [7] H. J. Claus, Einführung in die Didaktik, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1989.
- [8] É. Feketéné Szakos, A felnőtt tanuló és oktatása - új felfogásban, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2010.

- [9] F. Furinghetti and E. Pehkonen, Rethinking Characterizations of Beliefs, in: *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, (G. Leder, E. Pehkonen and G. Törner, eds.), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002, 39–57.
- [10] S. Grigutsch, U. Raatz and G. Törner, Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrer, *Journal für Mathematik-Didaktik* **19** (1998), 3–45.
- [11] M. S. Hannula, Exploring new dimensions of mathematics-related affect: embodied and social theories, *Research in Mathematics Education* **14**, no. 2 (2012), 137–161.
- [12] S. Kuntze and L. Zöttl, Auf Aufgaben bezogene Überzeugungen und übergreifende beliefs von Lehramtstudierenden, in: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, WTM - Verlag Münster, 2008, 545–549.
- [13] K. Maaß and J. Gurlitt, Designing a Teacher-Questionnaire to Evaluate Professional Development about Modelling, Conference-Volume der CERME 2009 (Lyon), 2009.
- [14] K. Maaß, How can teachers’ belief affect their professional development?, *ZDM* **43** (2011), 573–586.
- [15] J. Szendrei, When the going gets tough, the tough gets going problem solving in Hungary, 1970-2007 research and theory, practice and politics, *ZDM* **39** (2007), 443–458.
- [16] A. G. Thompson, Teachers’ beliefs and conceptions: a synthesis of the research, in: *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (D. A. Grouws, ed.), Macmillan Publishing Company, 1992, 127–146.
- [17] B. Zimmermann, Versuch einer Analyse von Strömungen in der Mathematikdidaktik, *ZDM* **1** (1981), 44–53.

GABRIELLA AMBRUS and ÖDÖN VANCÓS  
MATHEMATICS TEACHING AND EDUCATION CENTRE  
INSTITUTE OF MATHEMATICS  
EÖTVÖS LORÁND UNIVERSITY  
HUNGARY

*E-mail:* [ambrusg@cs.elte.hu](mailto:ambrusg@cs.elte.hu)

*E-mail:* [vancso@ludens.elte.hu](mailto:vancso@ludens.elte.hu)

*(Received June, 2014)*