

Repdigit sokszögszámok, repdigit középpontos sokszögszámok

Varga Péter

Debreceni Egyetem, TTK, Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék

e-mail: varga.peti0928@gmail.com

Összefoglaló:

A matematikában repdigit számoknak nevezzük azokat az egész számokat, amelyeknek minden számjegye megegyezik. A tízes számrendszerben erre példa a 222, 55555, stb. Ez általános alakban a

$$d \left(\frac{10^k - 1}{9} \right)$$

képlettel adható meg, ahol d jelöli az ismétlődő számjegyet, vagyis d az $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ halmaz eleme, k pedig a számjegyek számát határozza meg, ahol $k > 0$ egész szám.

Másrészről az n -edik m -alapú sokszögszámoknak nevezzük a

$$S(m, n) = \frac{n}{2}((m-2)n + 4 - m)$$

képlettel megadható egész számokat ($m > 2$, $n > 0$ egész számok), amelyek nevüket onnan kapták, hogy az $S(m, n)$ által meghatározott értéknek megfelelő számú pontból vagy kavicsból m -alapú szabályos sokszöget lehet kirakni adott módon. Például $m=4$ esetén a négyzetszámokat kapjuk vissza, amelyek valóban négyzet alakban rendezhetők el ($S(4,1) = 1, S(4,2) = 4, S(4,3) = 9, \dots$).

Ehhez hasonlóan az n -edik m -alapú középpontos (centrális) sokszögszám alatt a

$$S_{cent.}(m', n) = m' * \frac{n(n+1)}{2} + 1$$

képlettel megadható egész számot értjük ($m \geq 0, n \geq 0$ egész számok). A sokszögszámokhoz hasonlóan $S_{cent.}(m, n)$ azt határozza meg, hogy hány darab pontból (kavicsból) lehetséges adott módon kirakni egy m -alapú szabályos sokszöget. A különbséget a sokszögszámok és a középpontos (centrális) sokszögszámok között az határozza meg, hogy hol kezdjük el kirakni a tekintett szabályos m -szöget. Míg a sokszögszámok esetében az egyik csúcsot vesszük kezdőpontnak, a középpontos sokszögszámoknál ez a folyamat az alakzat középpontjából indul el.

Az előadásomban azt vizsgálom, hogy mely sokszögszámok, illetve középpontos sokszögszámok repdigitek is egyben $m = 8, 9, 10, 11, 12$, és $m' = 3, 4, 5, \dots, 12$ esetben. A problémát diofantikus egyenletekként tudjuk felírni, amelyek a megfelelő átalakítások után elliptikus görbékhez vezetnek, és amelyeknek az egész pontjait keressük.

Kulcsszavak: Elliptikus görbék, diofantikus egyenletek, számelmélet

Köszönetnyilvánítás: Köszönetet szeretnék nyilvánítani Dr. Varga Nórának egyetemi adjunktusnak az Algebra és Számelmélet Tanszékről a témavezetésért, felkészítésért, és fáradhatatlan munkájáért. A Hatvani István Szakkollégiumnak, a Debreceni Egyetem Tehetséggyorgozó Programjának a támogatásért.

Hivatkozások:

D. W. Ballew, R. C. Weger: Repdigit Triangular Numbers. Journal of Recreational Mathematics, Vol. 8(2), 1975-76, 96-98.

B. Kafle, F. Luca, A. Togbé: Pentagonal and heptagonal repdigits. Annales Mathematicae et Informaticae, 52 (2020), 137-145.

R. A. Mollin: Advanced Number Theory with Applications. CRC Press, 2009

Csillag Balázs: Repdigit számok néhány tulajdonsága. Debreceni Egyetem, 2023