

# Csúszómód szabályozási algoritmusok robosztusságának összehasonlítása egy internetes szervohajtás kapcsán

Balázs Szilárd

*Mechatronika, Optika és Gépészeti  
Informatika Tanszék  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Budapest, Magyarország  
szilard.balazs@edu.bme.hu*

Reuter Richárd

*Mechatronika, Optika és Gépészeti  
Informatika Tanszék  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Budapest, Magyarország  
reuter.richard@edu.bme.hu*

Bodor Ferenc

*Mechatronika, Optika és Gépészeti  
Informatika Tanszék  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Budapest, Magyarország  
ferenc.bodor@edu.bme.hu*

Fink Nándor

*Mechatronika, Optika és Gépészeti  
Informatika Tanszék  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Budapest, Magyarország  
finknandor@mogi.bme.hu*

Korondi Péter

*Mechatronika, Optika és Gépészeti  
Informatika Tanszék  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Budapest, Magyarország  
korondi@mogi.bme.hu*

**Abstract**—A cikk célja kettős. Egyrészt ismerteti, hogy miként lehet bevezetni a mechatronika oktatásba a csúszómód-szabályozás elméletét, másrészt egy egyszerű internetes szervohajtás kapcsán bemutatja, hogy a csúszómód-szabályozók egyik legfontosabb tulajdonságának, nevezetesen a robosztusságnak milyen korlátai lehetnek egy gyakorlati alkalmazásban. A klasszikus csúszómód-szabályozás esetén a szabályozás kezdetén általában jelentkezik egy ún. elérési fázis, amikor még nem alakul ki a csúszómód, így ebben a fázisban nem tapasztalható a robosztusság. A cikk egyik legfontosabb újdonsága, hogy módszereket vezet be az elérési fázis hatásának visszaszorítására és a bemutatott módszereket kísérletileg összehasonlítja a robosztusság szempontjából.

**Kulcsszavak:** csúszómód-szabályozás, elérési fázis, robosztusság, mechatronika oktatás

## I. BEVEZETÉS

A csúszómód-szabályozás sajátos helyet foglal el szabályozáselméletben. Egyrészt az egzakt matematikai kezelése számos érdekes kihívást jelentett, és mind a mai napig jelent a matematikusok számára. Másrészt e komoly matematikai háttér mélyebb ismerete nélkül is sok esetben viszonylag könnyen alkalmazható, és ezért széles körben alkalmazzák is a mérnöki gyakorlatban és így mindenképp fontos helye van a mechatronikai mérnöki oktatásban.

A szerzők köszönetet mondanak a Tehetséggondozás és kutatói utánpótlás fejlesztése autonóm járműirányítási technológiák területén című EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00001 sorszámu pályázat támogatásáért.

A változó struktúrájú rendszerek és ehhez kapcsolódva a csúszómód-szabályozás elméletét először a Szovjetunióban, az 50-es és 60-as években dolgozták ki, leginkább orosz nyelven publikálva. Az elmélet angol nyelvű elterjesztése elsősorban Vadim I. Utkin [1] és David K. Young [2] nevéhez fűződik. Első alkalmazási területe a Szovjetunióban a repülés- és a rakétatechnika volt, majd egyre szélesebb körben terjedt az angol nyelvű irodalomban a robotirányítás [3] és a szervohajtások [4] területén. A 80-as évek elején a csúszómód megjelent az indukciós motoros hajtások szabályozásában [5]. A korai alkalmazások rámutattak a csúszómód-szabályozás néhány nagyon előnyös tulajdonságára. A nyolcvanas évektől kezdődően a csúszómód-szabályozás a teljesítményelektronikai és mozgásszabályozási alkalmazások egyik kedvelt eszközévé vált, és mind a mai napig gyakran alkalmazzák ezen a területen [6], [7], [8], [9].

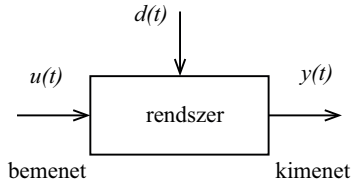
A cikk felépítése: A bevezető után a második fejezet a csúszómód-szabályozás matematikai alapjait foglalja össze. A harmadik fejezet a mérésnél használt kísérlet elrendezést mutatja be. A negyedik fejezet hasonlítja össze a mérési eredményeket. Végül az ötödik fejezet vonja le a cikk legfontosabb következtetéseit.

## II. ELMÉLETI ALAPOK

E fejezet a [10] könyv alapján foglalja össze a cikk megértéséhez szükséges legfontosabb alapokat.

### A. A csúszómód bevezetése

Tekintsük az 1. ábrán látható egy bemenetű, egy kimenetű (SISO) rendszert, ahol  $u(t)$  a bemenő jel,  $y(t)$  a kiemőjel és  $d(t)$  a zavarójel.



1. ábra. A rendszer általános grafikai jele

Tegyük fel, hogy a rendszert a következő alakú másodrendű nemlineáris differenciálegyenlet ír le:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f(x_1(t), x_2(t)) + g(x_1(t), x_2(t))u(t) + d(t) \quad (1) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned}$$

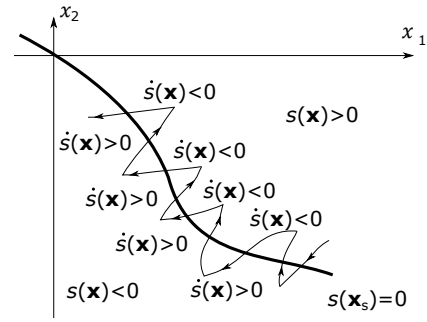
ahol  $f, g, u$  és  $d$  korlátos függvény. A fentiek alapján a kimenő jel kétszer folytonosan deriválható,  $(x_1(t), x_2(t))$  biztosan folytonos), vagyis a kimenő jel trajektóriája minden esetben folytonos görbével írható le az kétdimenziós fázistérben (ahol a két tengelyen  $x_1(t)$  és  $x_2(t)$  értékét ábrázoljuk). Tegyük fel, hogy a szabályozás célja az, hogy az  $y(t)$  kimenő jel tartson nullához. Tetszőleges kezdeti értékből kiindulva a kétdimenziós fázistérben mindig csak egy folytonos trajektória mentén juthatunk el az origóba. Ha ez így van, akkor célszerű egy az origóban végződő folytonos trajektóriát előírni, és a rendszert erre a folytonos trajektóriára kényszeríteni.  $x_2(t)$  ugyan folytonos, de lehetnek töréspontjai. A töréspontok helyét  $\dot{x}_2(t)$  ugrásai jelölik ki, vagyis  $\dot{x}_2(t)$  ugrásait az  $u(t)$  beavatkozó jel révén úgy kell megválasztani, hogy a trajektória ne tudja elhagyni a csúszófelületet. A kapcsolások a csúszófelület mentén történnek, így ezt a felületet nevezhetjük kapcsoló felületnek. Egyszerű példaként tekintsük a 2. ábrát, ahol a sík pontjait  $\mathbf{x}$  és a kapcsoló görbe pontjait  $\mathbf{x}_s$  jelöli. A görbe felett  $s(\mathbf{x}) > 0$ , és a görbe alatt  $s(\mathbf{x}) < 0$ , Ha a trajektória áthalad a kapcsoló görbén, akkor a beavatkozó jelet úgy változtatjuk meg, hogy  $\dot{s}(\mathbf{x})$  előjelet váltson. Természetesen valóságos rendszereknél a kapcsolások időközéssel történnek, ahogy a 2. ábrán látható.

Az  $S$  csúszófelületet klasszikusan az  $x_1(t)$  és  $x_2(t)$  állapotváltozók lineáris kombinációjaként felírt  $s(x_1(t), x_2(t))$  skalárváltozó segítségével definiáljuk :

$$s(t) = x_1(t) + \tau x_2(t) = 0 \quad (2)$$

Könnyű belátni, hogy (2) egy egyenest jelöl ki a fázissíkon, és ha a rendszer trajektóriáját rákényszerítjük erre az egyenesre (vagyis, amikor  $s(t) = 0$ ), akkor a rendszer  $y(t)$  kimenő jelét leíró egyenlet (1) és (2) alapján egy elsőrendű homogén differenciálegyenlet.

$$\dot{y}(t) = -\tau y(t) \quad (3)$$



2. ábra. 2D trajektória a kapcsoló görbe mentén

Az eredetileg másodrendű differenciálegyenlet helyett (1) a csúszómódban a rendszer viselkedését egy elsőrendű differenciálegyenlet (3) írja le. Ismert, hogy (3) megoldása egy exponenciális függvény  $\tau$  időállandóval.

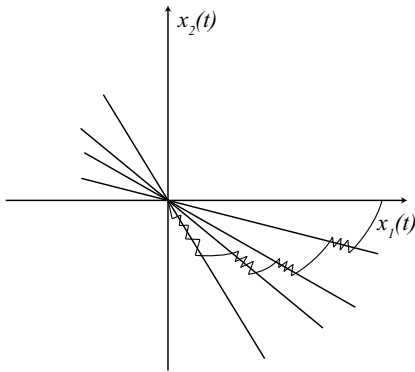
$$y(t) = Y_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ ha } t > 0 \quad (4)$$

ahol  $Y_0$  kimenőjel kezdeti értéke  $Y_0 = y(0)$ . Általában a rendszer trajektóriája nem a csúszóegyenesről indul, így az első feladat az, hogy a rendszer trajektóriáját rákényszerítsük, hogy elinduljon a csúszóegyenes felé, és véges idő alatt érje el azt. Ezt nevezük elérési fázisnak. Azt nevezük csúszómódnak, amikor  $s(t) = 0$ , vagyis a klasszikus kétdimenziós esetben a trajektória a csúszóegyenes mentén változik. Ideális esetben a trajektória nem hagyja el a csúszóegyeneset, ehhez végtelenül nagy kapcsolási frekvencia szükséges. Az ideális csúszómód egzakt matematikai leírásához a jobb oldalán nem folytonos differenciálegyenletek elmélete szükséges [11] [12]. Egy valóságos esetben a kapcsolási frekvencia véges, így a trajektória a két kapcsolás között elhagyja a csúszófelületet (ld. 2. ábra), majd minden kapcsolással megpróbáljuk a trajektóriát visszafordítani a csúszófelület felé. A valóságos trajektória alternálását a csúszófelület körül nevezük csattogásnak. A csattogás valóságos csúszómódszabályozás legfontosabb és elkerülhetetlen mellékjelensége. Számos cikk foglalkozik csattogást csökkentő módszerekkel [13].

A csúszóegyenes meredekségének megválasztásakor két egymás ellen ható követelmény között kell az optimumot megtalálni. Minél kisebb az egyenes meredeksége annál hamarabb éri el a trajektória a csúszóegyeneset, de annál lassabb az egyenes mentén a beállítás. Léteznek további megoldások, amelyekkel az elérési fázis időtartamát csökkenthetjük. Az egyik módszer, ha a  $\tau$  együtthatót szakaszosan vagy folytonosan változtatjuk. A [14] irodalomban a gyorsaság és a robusztusság követelményének együttes kielégítése érdekében a csúszóegyenes meredekségének változtatását javasolják  $n = 2$  esetre lásd. 3. ábra.

### B. A csúszómód kialakulásának és fennmaradásának feltétele

A célunk az, hogy legyen  $s(t) = 0$ . Ha  $s(t) > 0$ , akkor  $s(t)$  értékét csökkenteni kell, vagyis legyen  $\dot{s}(t) < 0$ . Ha  $s(t) < 0$ , akkor  $s(t)$  értékét növelni kell, vagyis legyen  $\dot{s}(t) > 0$ . E két elvárást összevonva kapjuk a következő feltételt.



3. ábra. Egyenes vonalú csúszómód változó meredekséggel

$$\dot{s}(t)s(t) < 0 \quad (5)$$

Megjegyzés: Ha csúszómódot Ljapunov stabilitási kritérium alapján vizsgáljuk, akkor az  $s(t)^2/2$  tekinthető Ljapunov függvénynek és (5) a Ljapunov függvény időszerinti deriváltja. (2) és (1) alapján

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \dot{x}_1(t) + \tau \dot{x}_2(t) = \\ \dot{x}_1(t) + \tau(f(x_1(t), x_2(t)) + g(x_1(t), x_2(t))u(t) + d(t)) \end{aligned} \quad (6)$$

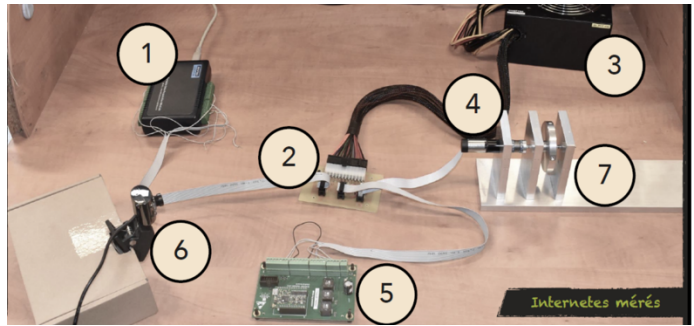
Ha  $g(x_1(t), x_2(t)) < 0$ , továbbá  $f, g, u$  és  $d$  korlátos függvény, akkor az  $x_1(t), x_2(t)$  fázissíkon kijelölhető egy tartomány, ahol  $\dot{s}(t)$  előjele ellenkező, mint az  $u(t)$  előjele. Ebben a tartományban egy egyszerű relés szabályozó is gondoskodni tud a csúszómód fennmaradásáról.

$$u(t) = M \text{sign}(s(t)), \text{ ahol } M > 0 \quad (7)$$

Minél nagyobb az  $M$  értéke, annál nagyobb az a tartomány, ahol (7) szabályozási törvény gondoskodik a csúszómód fennmaradásáról.

### III. A MÉRÉSI ELRENDEZÉS BEMUTATÁSA

A rendszer alap gondolata, hogy azokat az irányítástechnikai mérési feladatokat, amelyeket eddig a laboratóriumi foglalkozásokon a hallgatók személyes jelenléttel és oktatói felügyelettel végeztek el, azokat mostantól otthonról önállóan is elvégezhessek. A rendszer első verzióját [15] több éven keresztül sikeresen alkalmaztuk. A Webbongészők folyamatos fejlődése miatt kellett a mérőrendszerünket megújítani. Egy online felületen a hallgatók feltölthetik egy szabályozó programkódját, majd webkamerán keresztül figyelhetik az eszközök működését, végül a mérés lefutása után elemezhetik a mérési eredményeket (a diszkrét idejű szabályozó kódjának futása során változók értékei minden időpillanatban) az online grafikonrajzolóval, vagy letölthetik az eredményeket későbbi feldolgozásra MATLAB formátumban.



4. ábra. Mérési elrendezés

TABLE I  
KOMPONENSEK

Nr.	Elem	Típus
1	Adatgyűjtő kártya	Advantech USB-4704
2	Központi illesztőkártya	ASIC
3	Tápegység	ATX 12V GPS-500A8
4	Servomotor	maxon A-max 110075,
	Inkrementális enkóderrel	MR, Type M, 512 CPT
5	Motorvezérlő egység	maxon
6	Webkamera	
7	Alumínium tárcsa terhelés	

#### A. Hardveres megvalósítás

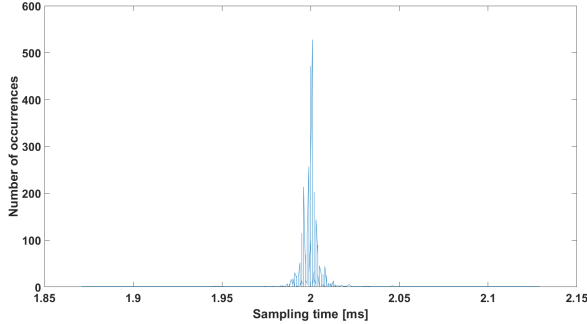
A mérési elrendezés hardveres megvalósítását a 4. ábra mutatja be. A komponensek megnevezése I. táblázat mutatja.

Az 1-es jelzéssel ellátott külső adatgyűjtő kártya kapcsolódik a számítógéphez, és egyrészt továbbítja a számítógép felől érkező be- kikapcsoló parancsot. Ez a parancs a 2-es jelzésű illesztő áramkörön keresztül jut el 3-as jelzéssel ellátott számítógépes tápegységhez, ahonnan ugyancsak a 2 illesztőkártyán jut el a tápfeszültség a 4-es jelzésű szervomotorhoz és 5-ös jelzéssel ellátott motorvezérlő áramkörhöz. A motor mozgatásához szükséges teljesítmény is a 2 illesztő áramkörön keresztül jut el a motorhoz. Az energiaáramlás mellett az adatforgalomnak is a 2-es jelzésű illesztő áramkör a központi egysége. A nyomaték referenciajelként szolgáló áram referenciajel a számítógép felől az 1 kártya közvetítésével a 2 illesztő áramkörön keresztül jut el az 5 motorvezérlőhöz. A 4-es jelzésű szervomotor részét képező inkrementális enkódertől érkező impulzusok a is a 2 illesztő áramkörön keresztül jut el az 1 kártya közvetítésével a számítógéphez. A motor tengelyéhez a 7-es jelzésű tárcsa -mint terhelés- egy tengelykapcsoló segítségével van hozzákapcsolva és a mérés során a tárcsa elfordulását a 6-os jelzésű webkamera segítségével követhetjük nyomon.

#### B. Szoftveres megvalósítás

A mérőrendszer a szabályzó kódját egy előre elkészített keretbe illeszti, majd a mérésnél beállított ideig ciklikusan futtatja. Az előre kiválasztott változók értékeit minden egyes mintavételi időpillanatban rögzíti, és egy adatbázisba helyezi, melyet a mérést követően letölthetővé tesz. A legnagyobb gondot az okozza, hogy a Windows nem real-time operációs rendszer, így a pontos mintavételezés nem

biztosítható. Ez nehezíti a jelfeldolgozási algoritmusok alkalmazását. Az utófeldolgozásnál az adatok korrigálhatók, de az online jelfeldolgozásnál, pl. a zajos fordulatszám jel online szűrésénél erre tekintettel kell lennünk. Néhány mérés kapcsán készítettünk egy statisztikát a két mintavételi pont között eltelt idő eloszlásáról (ld. 5. ábra).



5. ábra. A mintavételi idő eloszlás függvénye

### C. A kísérleti eszköz egyenletei

Bemenőjel:  $M_m$  a motor által leadott nyomaték. Kimenőjel:  $\alpha_t$ , a terhelés szögpozíciója. A súrlódást két konstanssal, nevezetesen a  $\nu$  viszkozus és  $M_C$  Coulomb paraméterrel modellezzük. A motor gyorsító nyomatéka

$$M_{mgy}(t) = M_m(t) - M_{m\nu}(t) - M_{mC}(t) - M_t(t) \quad (8)$$

A terhelés gyorsító nyomatéka

$$M_{tgy}(t) = i_\omega M_t(t) - M_{t\nu}(t) - M_{tC}(t) \quad (9)$$

ahol az indexek jelentése: *gy*: gyorsító, *m*: motor, *t*: terhelés,  $\nu$  és *C*: viszkozus és Coulomb súrlódás. Az áttétel

$$i_\omega = \frac{\omega_m(t)}{\omega_t(t)} \quad (10)$$

A (8) és (9) egyenletbe a szögsebességet behelyettesítve és *J*-vel jelölve a tehetetlenségi nyomatékot.

$$J_m \dot{\omega}_m(t) = M_m(t) - \nu_m \omega_m(t) - M_{mC} \text{sign}(\omega_m(t)) - M_t(t) \quad (11)$$

$$J_t \dot{\omega}_t(t) = i_\omega M_t(t) - \nu_t \omega_t(t) - M_{tC} \text{sign}(\omega_t(t)) \quad (12)$$

Mindent a terhelés oldalra redukálva és bevezetve az *e* indext a terhelés oldali ekvivalens paraméterek jelölésére

$$J_e \dot{\omega}_t(t) = i_\omega M_m(t) - \nu_e \omega_t(t) - M_{eC} \text{sign}(\omega_t(t)) \quad (13)$$

ahol  $J_e = J_t + i_\omega^2 J_m$ ,  $\nu_e = \nu_t + i_\omega^2 \nu_m$ , továbbá  $M_{eC} = M_{tC} + i_\omega M_{mC}$ .

Legyen a rendszer két állapotváltozója a terhelés  $\omega_t$  szögsebessége és az  $\alpha_t$  szögpozíció. Ez a választás azt jelenti, hogy motor villamos oldali dinamikáját (villamos időállandóját) elhanyagoljuk.

$$\dot{\alpha}_t(t) = \omega_t(t) \quad (14)$$

$$\dot{\omega}_t(t) = -\frac{\nu_e}{J_e} \omega_t(t) + \frac{i_\omega}{J_e} (M_m(t) - \frac{M_{eC}}{i_\omega} \text{sign}(\omega_t(t)))$$

### D. Mérések ismertetése

Ebben a cikkben arra keressük a választ, hogy a vizsgált csúszómód szabályozási algoritmusok (egyszerű relés, elérési fázis nélküli, milyen körülmények között használhatóak, és hogyan viselkednek a külső terhelés hirtelen megváltozása esetén. Mérési eredményeinket jól ismert szabályozó algoritmusokkal fogjuk összehasonlítani. A PID szabályzó terhelés rádobás esetén mutatott viselkedéséről több értekezés is megjelent. Az egyes algoritmusok viselkedésének bemutatását követően egy átfogó értékelés fogja zárni írásunkat, melyben részletesen kitérünk a robosztusság és az alkalmazhatóság kérdéskörére.

### E. Klasszikus csúszómód

Az  $\alpha_r$  pozíció referencia jel konstans és a (14) állapotért egyenletet átírjuk a hibajelre. A hibajelhez az *er* indexet használjuk.

$$\alpha_{er}(t) = \alpha_r(t) - \alpha_t(t) \quad (15)$$

$$\omega_{er}(t) = -\omega_t(t)$$

skalárváltozó segítségével definiáljuk :

$$s(t) = \alpha_{er}(t) + \tau \omega_{er} = 0 \quad (16)$$

A szabályozási törvény

$$M_m(t) = S_e \text{sign}(s(t)), \text{ ahol } S_e > 0 \quad (17)$$

// *Valtozok*

```
double alfaRef, szigma, tau, szignumSzigma;
double terheles, terheles_ido;
double szignum_erosites, terheles_nagysag;
```

// *Ertekadas*

```
alfaRef = 500;
tau = 0.5;
terheles_nagysag = 0;
terheles_ido = 0;
szignum_erosites = 20;
```

// *Csuszasi felulet:*

```
data.pozicio_hiba = alfaRef - data.position;
data.sebesseg_hiba = -data.velocity;
szigma = data.pozicio_hiba + tau
*data.sebesseg_hiba;
data.szigma = szigma;
```

// *szignum függvény*

```
if (szigma > 0)
    szignumSzigma = 1;
else if (szigma < 0)
    szignumSzigma = -1;
else
```

```

szignumSigma = 0;

//Terheles radobas
if (time > terheles_ido)
{terheles= terheles_nagysag;}
else{terheles= 0;}

data.terheles= terheles;

// Szabalyozasi torveny
data.torque = szignum_erosites
* szignumSigma+terheles;

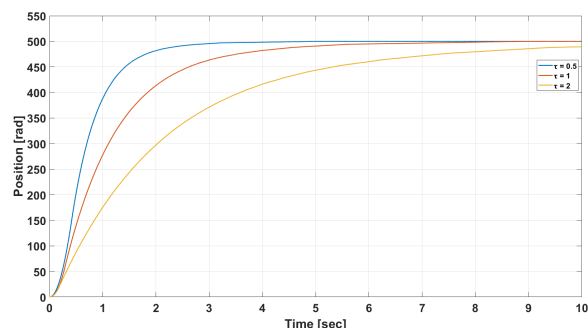
```

#### IV. MÉRÉSI EREDMÉNYEK ÖSSZEHOSONLÍTÁSA

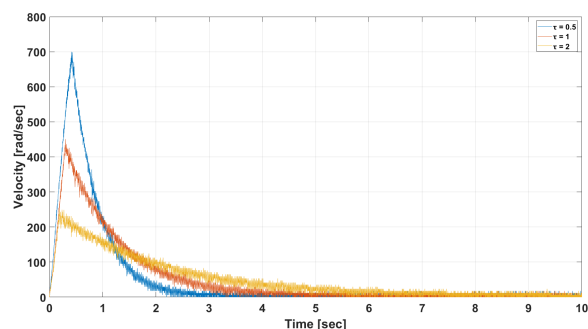
##### A. Klasszikus csúszómód terhelésrádobás nélkül

Először különböző időállandókkal ( $\tau = 2$  1/s,  $\tau = 1$  1/s és  $\tau = 0.5$  1/s) elvégzett mérés eredményét hasonlítjuk össze. A futási időt minden esetben 10 s. A referencia pozíciót először relatívan kicsire,  $\alpha_r = 500$  rad értékre állítottuk. A 6. ábrán a pozíciójel időfüggvénye látható. Az időtartományban relatívan rövid az elérési fázis, ez legjobban a 8. ábráról olvasható le. A legnagyobb ( $\tau = 0.5$ ) sebességhez tartozó esetben is a  $s(t)$  értéke 0.5 s alatt közel nullára csökken. Így a beállítás jellegét döntő mértékben a  $\tau$  időállandó határozza meg (lásd. 6. ábra). A 7. ábrán látható, hogy a szögsebesség időfüggvénye is jellegre azonos mindhárom esetben, természetesen a gyorsabb beálláshoz nagyobb szögsebesség maximum tartozik. Egyik esetben sem érünk el a motor maximális fordulatszámát. Tanulságos a 9. ábra, az elérési fázisban a maximális nyomatékot kapcsoljuk a rendszerre, és mindhárom esetben az állapottrajektória azonos pályán indul el. Minél kisebb a csúszóegyenest jellemző időállandó, annál kisebb a csúszóegyenest meredeksége, így a trajektória annál hamarabb éri el csúszómódot. A maximális szögsebességek a 9. ábráról is leolvashatók. Az elméleti leggyorsabb beállást az ún. bang-bang szabályozással érhetnénk el. Először a maximális nyomatékkal gyorsítjuk a rendszer, majd egy pontosan meghatározott időpontban a beavatkozójel előjelét ellenkezőjére váltjuk, hogy maximális lassítással pont az origóba érjünk. E módszer legnagyobb hibája, hogy általában nem tudjuk kellő pontossággal meghatározni az átkapcsolás időpontját.

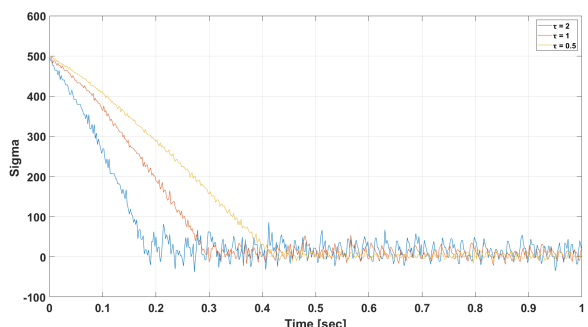
Ha megnöveljük a referencia értékét, akkor ezzel megnövekszik az elérési fázis nagysága is, és megjelenik egy másik jelenség. Az egyenáramú motor konstans nyomatékáról úgy gondoskodhatunk, hogy konstans értéken tartjuk a kapcsolófeszültség és az indukált feszültség különbségét. Ez viszont azt jelenti, hogy ahogy növekszik a motor szögsebessége úgy egyre nagyobb az indukált feszültség és ezért egyre nagyobb feszültséget kell a motorra kapcsolni. Viszont a kapcsolófeszültség korlátos, amikor elérjük a maximális kapcsolófeszültséget, akkor a fordulatszám már nem növekszik tovább. Tekintsük a 10. ábrát. Látható, hogy a rendszer kb. 0.8 s időpontban éri el a maximális fordulatszámot és kb. 4.3 s időpontban a csúszófelületet, és



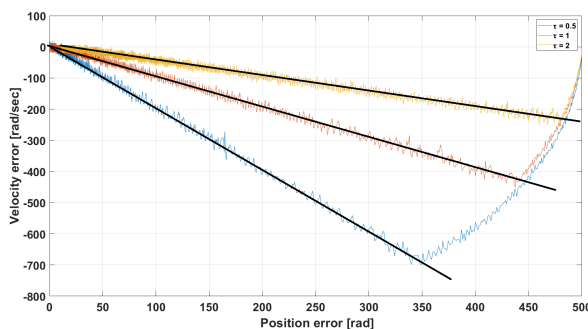
6. ábra. Pozíció időfüggvénye (klasszikus csúszómód, terhelés nélkül)



7. ábra. Sebesség időfüggvénye (klasszikus csúszómód, terhelés nélkül)



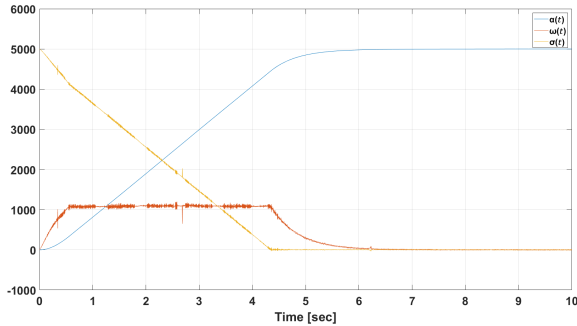
8. ábra.  $s(t)$  időfüggvénye (klasszikus csúszómód, terhelés nélkül)



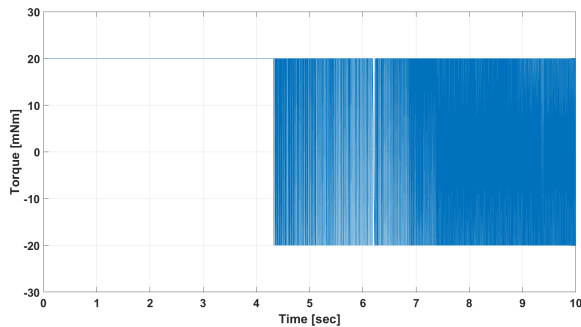
9. ábra. Trajektória (klasszikus csúszómód, terhelés nélkül)



ezért eddig az időpontig a nyomaték a maximális értékű, majd utána kezdődik a csúszómódra jellemző nagy kapcsolási frekvencia (11. ábra). A 13. ábrán 1s időpontban -35% nagyságú terhelés rádobás hatása látható. A két esethez tartozó trajektória a 14. ábrán látható.



10. ábra.  $\alpha_r = 5000$  rad



11. ábra. Beavatkozójel  $\alpha_r = 5000$  rad

### B. Klasszikus csúszómód terhelésrádobás az elérési fázisban

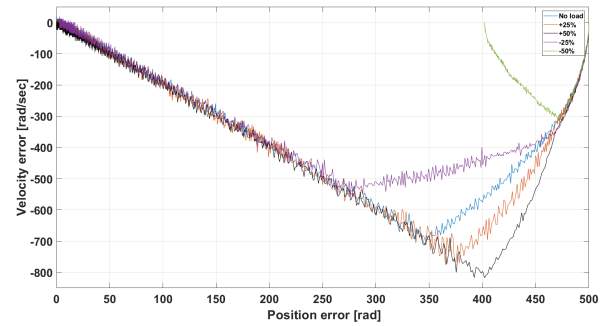
Továbbiakban a terhelés rádobás hatását vizsgáljuk. Referencia pozíció:  $\alpha_r = 500$  rad és  $\tau = 0.5$  1/s,

Először az elérési fázisban azonos időpontban különböző nagyságú nyomaték terhelés adunk a rendszerre virtuálisan. A terhelésrádobás nagysága az összes mérésben alkalmazott maximális nyomaték százalékában adjuk meg. Az előjel az energia áramlás irányára utal. A negatív nyomaték energiát von el a rendszertől, vagyis csökkenti a szögsebességet, ezzel szemben a pozitív nyomaték növeli a szögsebességet. Az eredmények legjobban a 12. ábrán látható. Jól látható, hogy a trajektóriák egy adott pontban ágaznak el.

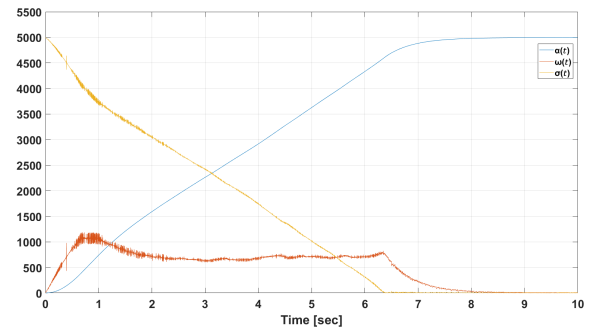
A meglehetősen nagy 50%-os terhelés esetén nem tudjuk elérni a referencia szöghelyzetet. A motor a súrlódás miatt beragad egy pozícióba. Ne feledjük, hogy a klasszikus csúszómód szabályozó PD jellegű. A pozitív terhelés rádobásnál természetesen nincs beragadás. (ld. 12. ábra)

### C. Klasszikus csúszómód terhelésrádobás az elérési fázis után

Ha a terhelés rádobás akkor érkezik, amikor a trajektória elérte a csúszómódot, akkor a terhelés rádobás hatása gyakorlatilag teljesen elhanyagolható. (ld. 15. ábra). A mérés során



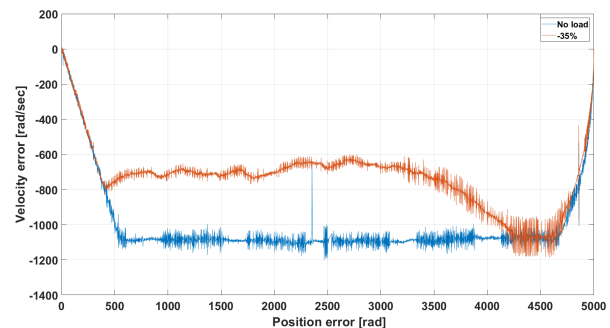
12. ábra. Trajektória (Terhelés rádobás az elérési fázisban)



13. ábra.  $\alpha_r = 5000$  rad

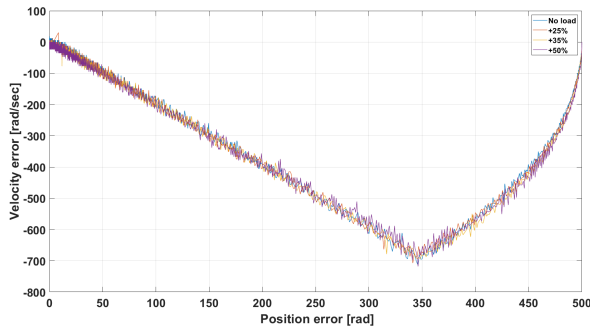
$t = 2$  s időpontban a maximális nyomatékhoz képest egyszer 35% és egyszer -35% nagyságú terhelésrádobást alkalmaztunk.

1) *Robusztusság vizsgálata:* A rendszer bemenőjele impulzus szélesség modulált. A nyomaték középtértékét a kitöltési tényező megváltoztatásával befolyásolhatjuk. A robusztusság magyarázata az, hogy a rendszerre kapcsolt nyomaték frekvenciája 500 Hz, A terhelés megváltozására a rendszer válasza akár kisebb lehet, mint 2 ms. Hasonlítsuk össze a mintavételi időt a rendszer időállandójával. A motor adatlapja szerint a mechanikai időállandó  $T_m = 23$  ms, ez egy nagyságrenddel nagyobb, mint a mintavételezési idő, így a szabályozó gyorsabban tud reagálni, mint ahogy a változás megjelenne a mozgási állapotban. A másik fontos kérdés, hogy



14. ábra. Trajektória  $\alpha_r = 5000$  rad

a digitálisan meghatározott beavatkozó jel milyen időkésséssel alakul tényleges nyomatékká. Ebben meghatározó szerepe van az aramátúra tekercs nem modellezett dinamikájának, amelyet a  $T_v = 0.036$  ms villamos időállandóval jellemezhetünk. Megállapítható, hogy a modellünkben használt beavatkozójel a mintavételi időnél legalább egy nagyságrenddel gyorsabban változik. A mérési eredményekből az látszik, hogy a csúszómódra jellemző ún. csattogási jelenséget elfedi a mérési zaj, így elfogadhatjuk, hogy a 15. ábrán sem a pozitív, sem a negatív terhelésrádobás hatása nem kimutatható.



15. ábra. Trajektória (pozitív terhelés rádobás az elérési fázis után)

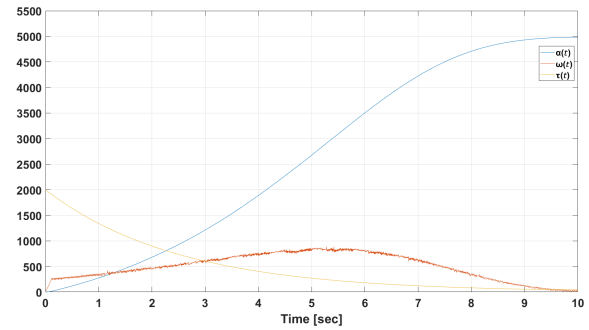
#### D. Elérési fázis nélküli csúszómód

A korábbi fejezetben az elérési fázisban mindig a maximális beavatkozó jelet kapcsoljuk a rendszerre. Amikor a beavatkozójel betelít, akkor nincs szabályozás, így a terhelés rádobás hatását nem tudja kompenzálni a rendszer. Ha az elérési fázisban is meg akarjuk őrizni a robusztusságot, akkor lassítani kell a rendszer előírt változását, hogy legyen szabályozási tartalékunk.

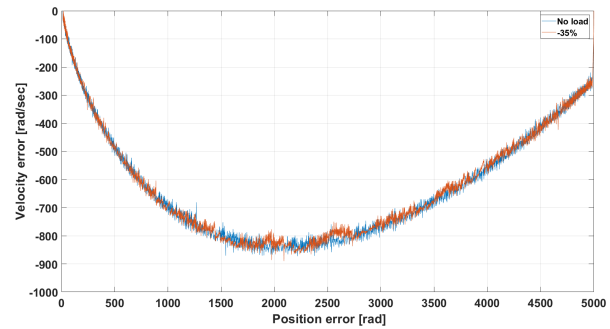
Az egyenes meredekségét egy  $T_f$  időállandójú exponenciális függvény szerint növeljük egy nagy  $\tau_{max}$  időállandó értékről az előírt  $\tau_{min}$  időállandó minimális értékre. A 16. ábrán az időfüggvények láthatók terhelés nélkül. A 17. ábrán egy terhelés nélküli esetet trajektóriáját hasonlítjuk össze egy olyan esettel ahol 2s időpillanatban -25% nagyságú terhelést dobunk a rendszerre. A két trajektória különbsége kisebb, mint a mérési zaj. A trajektória elején van egy nagyon rövid elérési fázis amíg elérjük a  $\tau_{max}$  meredekségű egyenest. Esetünkben  $T_f = 2.5$ s,  $\tau_{max} = 20$  1/s és  $\tau_{min} = 0.5$  1/s.

$$\tau(t) = \tau_{max} e^{-\frac{t}{T_f}} \text{ ha } \tau(t) > \tau_{min} \quad (18)$$

Az előző esetben tapasztalható rövid elérési fázis is kiküszöbölhető. Egy motor esetén alapvetően két típusú korlátba ütközhetünk. Induláskor villamos megközelítésben az áramot kell korlátozni, ez gépészeti szempontból a gyorsulás korlátozását jelenti. Ha kellően távoli pozícióba szeretnénk eljutni, akkor a maximális fordulatszámra ütközünk. Így adódik, hogy a csúszómódot az első szakaszon egy olyan görbe mentén írjuk elő, ahol az először egy  $a_{max}$  maximális gyorsulással indulunk. E szakaszra a skalár változót a gyorsulás jelből kellene definiálni. Mivel a pozíció jelet érzékeljük, ezért



16. ábra. Exponenciálisan növelt meredekség



17. ábra. Exponenciálisan növelt meredekség trajektória összehasonlítás

a kétszeres deriválás után számított gyorsulás jel gyakorlatilag nem alkalmazható, ezért a (19) összefüggéssel definiáljuk a skalárváltozót. A második szakaszban a (20) skalárváltozó segítségével egy  $\omega_{max}$  maximális sebességet tartunk egészen addig, amíg el nem érjük az exponenciális beállásról gondoskodó klasszikus csúszó-egyenest.

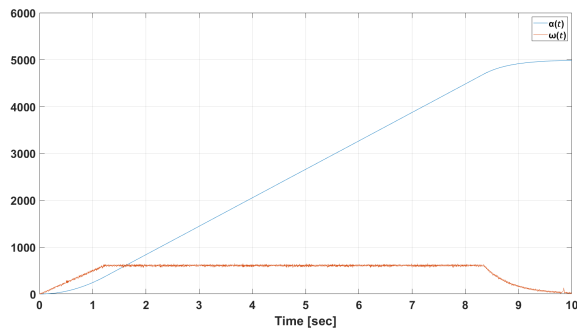
$$\begin{aligned} \alpha_{r1}(t) &= \frac{1}{2} a_{max} t^2 \\ \omega_{r1}(t) &= a_{max} t \\ \alpha_{er1}(t) &= \alpha_{r1}(t) - \alpha_t(t) \\ \omega_{er1}(t) &= \omega_{r1}(t) - \omega_t(t) \\ s_1(t) &= \alpha_{er1}(t) + \tau_1 \omega_{er1}(t) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \omega_{er2}(t) &= \omega_{max} - \omega_t(t) \\ s_2(t) &= \omega_{er2}(t) \end{aligned} \quad (20)$$

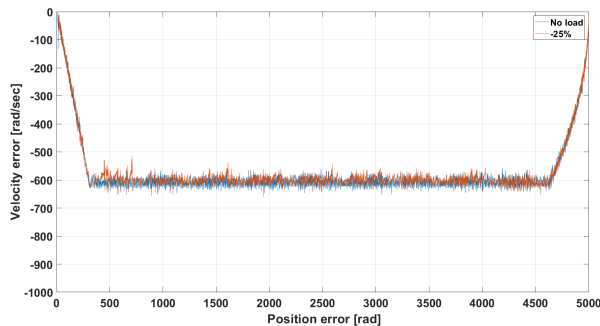
A 18. ábrán az időfüggvények láthatók terhelés nélkül. A 19. ábrán egy terhelés nélküli esetet trajektóriáját hasonlítjuk össze egy olyan esettel ahol 2s időpillanatban -25% nagyságú terhelést dobunk a rendszerre. A két trajektória különbsége kisebb, mint a mérési zaj.

#### V. KÖVETKEZTETÉSEK

Az első és legfontosabb megállapítás, hogy a csúszómód szabályozás szempontjából elegendő, ha a kísérleti rendszer a villamos időállandót és az áramszabályozó hurok dinamikáját elhanyagolva, pusztán a mechanika részekre felírt másodrendű differenciálegyenlettel modellezzük. Az alkalmazott mintavételi idő is optimálisnak tekinthető, mert kb.



18. ábra. Elérési fázis nélküli csúszómód



19. ábra. Elérési fázis nélküli csúszómód trajektória összehasonlítás

egy nagyságrenddel kisebb, mint a rendszer mechanikai időállandója, ugyanakkor kb. egy nagyságrenddel nagyobb a nem modellezett dinamika időállandójánál, ugyanakkor annak ellenére, hogy a Windows nem tartozik a real-time operációs rendszerek körébe, a mintavételi idő szórása kezelhető nagyságú és nem befolyásolja a lényegi jelenséget. Meggyőzően bemutatatható, hogy a klasszikus csúszómódszabályozás esetén a csúszómód elérése után a rendszer robusztus a 35%-os nagyságú terhelésrádobással szemben. Ugyanez a terhelésrádobás természetesen befolyásolja az elérési fázis belső viselkedést. A cikk több olyan módszert mutatott be, amelyek segítségével az elérési fázis akár teljesen lecsökkenthető, így a teljes működési tartományban gyakorlati szempontból robusztusnak tekinthető a rendszer a max, 35% nagyságú terhelésrádobással szemben.

## REFERENCES

- [1] V. Utkin, *Variable Structure Control Optimization*. Springer-Verlag, 1992.
- [2] K. Young, "Controller Design for Manipulator using Theory of Variable Structure Systems," *IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics*, vol. SMC-8, pp. 101–109, 1978.
- [3] F. Harashima, T. Ueshiba, and H. Hashimoto, "Sliding Mode Control for Robotic Manipulators," *2nd Eur. Conf. On Power Electronics, Grenoble Proc.*, pp. 251–256, 1987.
- [4] H. H., K. Maruyama, and F. Harashima, "Microprocessor based robot manipulator control with sliding," *IEEE Trans. On Industrial Electronics*, vol. 34, no. 1, pp. 11–18, 1987.
- [5] A. Sabanovics and D. B. Izosimov, "Application of sliding modes to induction motor," *IEEE Trans. On Industrial Appl.*, vol. 17, no. 1, p. 4149, 1981.

- [6] P. Korondi and H. Hashimoto, "Park Vector Based Sliding Mode Control of UPS with Unbalanced and Nonlinear Load," in *K.D. Young, Ü. Özgüner (edit) Variable Structure Systems, Sliding Mode and Nonlinear Control*. London, UK: Springer, 1999, pp. 193–209.
- [7] P. Korondi, "Tensor product model transformation-based sliding surface design," *ACTA POLYTECHNICA HUNGARICA*, vol. 3, no. 4, pp. 23–36, 2006.
- [8] P. Korondi, C. Budai, H. Hashimoto, and F. Harashima, "Tensor product model transformation based sliding mode design for lpv systems," in *Xinghuo Yu, Mehmet Önder Efe (editors) Recent Advances in Sliding Modes: From Control to Intelligent Mechatronics*. Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer-Verlag, 2015, pp. 277–298.
- [9] N. Fink, "Model Reference Adaptive Control for Telemanipulation," *HUNGARIAN JOURNAL OF INDUSTRY AND CHEMISTRY*, vol. 47, no. 1, pp. 41–48, May 2019.
- [10] P. Korondi, *Csúszómód-szabályozás a teljesítményelektronikában és mechatronikában*. Akadémiai Kiadó, 2017.
- [11] A. Filippov, "Application of the Theory of Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides to Non-Linear Problems in Automatic Control," in *1st IFAC Congr.*, Moscow, Russia, 1960, pp. 923–925.
- [12] —, "Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side," *Ann. Math Soc. Transl.*, vol. 42, pp. 199–231, 1964.
- [13] V. Utkin and Hoon Lee, "Chattering problem in sliding mode control systems," in *International Workshop on Variable Structure Systems, 2006. VSS'06.*, 2006, pp. 346–350.
- [14] O. Kaynak, F. Harashima, and H. Hashimoto, "Variable structure systems theory applied to sub-time optimal position control with an invariant trajectory," *IEEE Transactions on Power and Energy*, vol. 104, no. 9, pp. 610–614, 1984.
- [15] G. Sziebig, B. Takarics, and P. Korondi, "Control of an embedded system via internet," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 10, pp. 3324–3333, 2010.