

**FEJLESZTŐPROGRAMOK  
HATÁSVIZSGÁLATÁNAK MATEMATIKAI STATISZTIKAI ALAPFOGALMAI**

**Szerzők:**

Máth János  
Debreceni Egyetem

Mező Ferenc  
Debreceni Egyetem

Abari Kálmán  
Debreceni Egyetem

Mező Katalin  
Debreceni Egyetem

Első szerző e-mail címe:  
math.janos@arts.unideb.hu

**Lektorok:**

Demetrovics János  
Eötvös Lóránd Tudományegyetem

Nagy Dénes  
Nemzetközi Szimmetria Társaság

Varga Imre  
Szegedi Tudományegyetem

Koncz István  
Professzorok az Európai Magyarorszáért

Máth János, Mező Ferenc, Abari Kálmán és Mező Katalin (2015): Fejlesztőprogramok hatásvizsgálatának matematikai statisztikai alapfogalmai. *Különleges Bánásmód*, I. évf. 2015/1. szám, 69-77. DOI 10.18458/KB.2015.1.69

**Absztrakt**

*Pedagógusok, óvodapedagógusok, gyógypedagógusok, fejlesztőpedagógusok, pszichológusok – egy csokorra való azon szakemberek köréből, akik képesség- és/vagy személyiség-fejlesztő programokat hozhatnak létre, valósíthatnak meg. E programokkal szemben elvárható azonban, hogy az általuk ígért fejlesztőhatást akár matematikai statisztikai elemzéssel is alá lehessen támasztani. Ez azonban nem mindig történik meg – ennek hátterében pedig részben a matematikai statisztikai fogalmi és módszertani hiányosságok, valamint a drága statisztikai szoftverek állnak. E tanulmány a különleges bánásmódot igénylők számára készült fejlesztőprogramok hatásvizsgálatának matematikai statisztikai elemzéséhez nyújt elméleti összefoglalót.*

**Kulcsszavak:** fejlesztőprogram, hatásvizsgálat, statisztika

**Diszciplínák:** matematika, pszichológia, gyógypedagógia, pedagógia

**Abstract**

BASIC TERMS IN MATHEMATICAL STATISTICS OF IMPACT STUDIES FOR DEVELOPMENTAL PROGRAMS

*Pedagogues, kindergarten pedagogues, special needs teacher (also known as remedial teachers) and psychologists – just a few of those people who can create and use development*

*programmes. These programmes are expected to be proven in their effects by using mathematical analysis. However, it doesn't happen in every case – partly due to shortage of definitions of mathematical statistics, methodology problems and expensive softwares. This paper is a theoretical summary about mathematical statistical analysis of effectiveness studies of remedial courses designed for those who live with special needs.*

**Key words:** development programmes, effectiveness studies, statistics

**Disciplines:** mathematics, psychology, special education, pedagogy

A sajátos nevelési igényű és/vagy beilleszkedési, tanulási és magatartászavaros és/vagy tehetséges tanulók felé irányuló különleges bánásmód többek között egyéni vagy csoportos fejlesztő-programokban nyilvánulhat meg. E fejlesztések központi kérdése, hogy vajon hatékonyak-e, elérik-e a fejlesztési tervben kitűzött céljukat; illetve, hogy valóban bizonyítható-e, hogy fejlesztés történt (vö.: Berényi és Katona, 2013, de lényegében ugyanezt a kérdést járja körbe medicinálisabb aspektusból: Guyatt, Cook és Haynes, 2004).

#### **Egyéni fejlesztés hatékonyságának vizsgálata $\neq$ fejlesztő program hatásvizsgálata**

Ha egy adott gyermek fejlesztésének hatékonyságáról kívánunk képet kapni, akkor a fejlesztő folyamat adott pontján tapasztalható eredményeit vethetjük egybe a saját korábbi (pl. fejlesztés előtti) eredményeivel és/vagy a fejlesztési tervben kitűzött célértékkal és/vagy a kortársak eredményeivel. Ez a helyzet nem igényel különösebb statisztikai felkészültséget. Ha egyáltalán számszerűsíteni kell az eredményeket, akkor a vizsgáló eljárás leírásában szereplő útmutató révén összesíteni kell a vizsgálati eredményeket (szükséges matematikai műveletek általában: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, átlag- és százalékszámítás), majd össze kell hasonlítanunk a kapott végeredményeket a fejlesztési tervben meghatározott célértékkal, korábbi eredménnyel, mások eredményével (elvégzendő művelet: két érték között a kisebb, nagyobb, egyenlő reláció megállapítása). De: néhány egyéni, eseti jó/rossz eredmény alapján még nem biztos, hogy valóban általánosítható, ténylegesen a programról szóló információkat kapunk.

Az előzőnél bonyolultabb matematikai statisztikai feladat előtt állunk akkor, ha nem egy adott gyermek fejlesztésének a hatékonyságáról, hanem magának a fejlesztő programnak a hatásáról kívánunk képet alkotni. Egyrészt ez olyan esetben történhet meg, amikor ugyanolyan fejlesztési terv alapján megvalósult sok egyéni/csoportos fejlesztés eredményének összesítése után szeretnénk a program eredményességére következtetni. Másrészt, ha egy adott tulajdonságokkal rendelkező csoport (nevezzük ezt a csoportot: vizsgálati csoportnak vagy mintának!) vizsgálati eredményei alapján szeretnénk következtetni arra, hogy a hasonló adottságokkal rendelkező többi személyre (egy szóval: a „populáció”-ra) is általánosíthatók lehetnek-e a fejlesztő program hatásáról szóló megállapításaink. Ilyen esetekben tehát statisztikai következtetéseket kell tennünk (Bolla és Krámlí, 2012; Obádovics, 2003).

A fejlesztőprogramok hatásvizsgálata alkalmával arra vagyunk kíváncsiak, hogy a program következtében *jelentős különbség* adódik-e két vizsgálati eredményei között - pl. az elő- és utóvizsgálat(ok) és/vagy a fejlesztésbe különböző módon bevont csoportok eredményei, vagy ezen eredmények változásai között -, illetve egy vizsgálat és egy általunk meghatározott kritériumszint (pl. tehetségküszöb vagy a fejlesztési célban meghatározott érték) között. Az ilyen összehasonlításokat összefoglaló néven különbségvizsgálatoknak nevezzük.

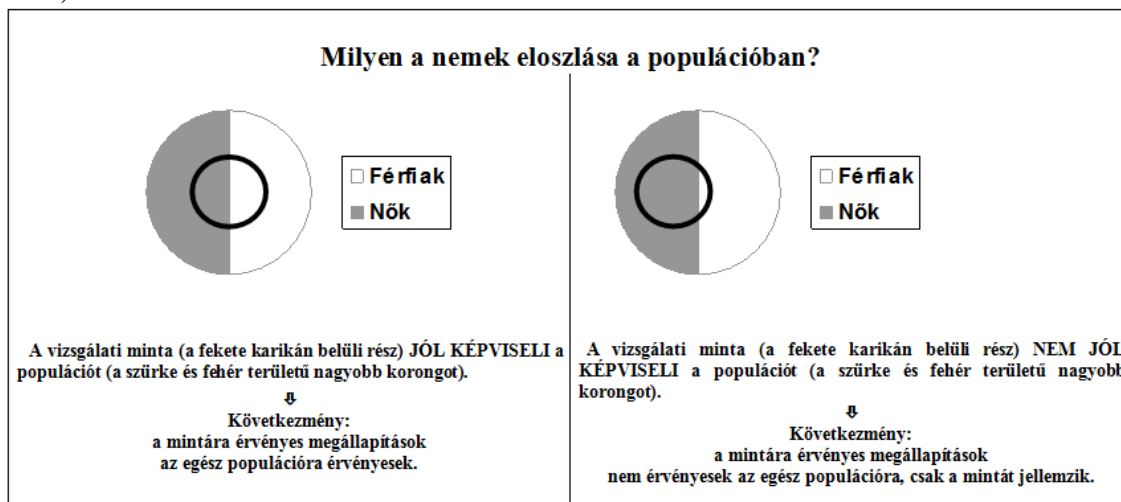
Ha a kapott különbség, eltérés jelentős (tudományosan fogalmazva szignifikáns), akkor nagy valószínűséggel valós hatást jeleznek. Ellenkező esetben a kapott eltérések véletlenszerű, eseti jelenségnek tekinthetők, melyek semmit sem bizonyítanak.

A továbbiakban vegyük szemügyre közelebbről a minta, a populáció, a változó, a skála, a statisztikai próba, a leíró statisztika és a matematikai statisztika, a hipotézisvizsgálat és a szignifikancia, a különbségvizsgálat és a kapcsolatvizsgálat fogalmát!

### Minta és populáció

Egy konkrét fejlesztőprogram hatásvizsgálata kapcsán elsősorban az érdekli a szervezőket és a résztvevőket, hogy a programban résztvevő személyek milyen eredményt értek el. Más esetben – például a fejlesztőprogram tágabb értelemben vett tudományos jellegű hatásvizsgálata során – arra a kérdésre is szeretnénk választ kapni, hogy amennyiben a programban résztvevőket egy nagyobb közösség (populáció) tipikus képviselőinek tekintjük, akkor általánosítható-e a populációra (vagyis a nagy többségre) a résztvevők eredményei alapján kirajzolódó kép. A kérdésfeltevésünk utóbbi típusa tehát az emberek tágabb körére vonatkozik, mint azokra, akikről adatokat tudunk gyűjteni. Ha egy fejlesztőmódszer hatékonyságát vizsgáljuk egy csoportban, valójában azt kérdezzük, a csoporttagokra általában, vagy bizonyos csoporttagokra általában miként hat ez a módszer? Ebben az esetben tehát nem a konkrét csoport érdekel minket, hanem a módszernek egy bizonyos népességre gyakorolt hatása. Ezt a „szélesebb” népességet szokás *populációnak* nevezni, a konkrétan megvizsgált személyeket pedig *mintának*. Fontos megérteni, hogy a statisztikai eljárások mindig a mintát vizsgálják, de a populációról kívánnak állításokat megfogalmazni. Ez az általánosítás statisztikailag akkor megalapozott, ha a minta a releváns változók tekintetében „hasonló” a populációhoz (vö.: 1. ábra).

1. ábra: a populáció és a minta két lehetséges viszonya (Forrás: Mező, Máth és Abari, 2008)



### Változók, skálák és statisztikai próbák

Ha emberek tulajdonságaival kapcsolatban – mint pl. nem, életkor, kreativitás, IQ, agresszió, feladatmegoldás pontszáma, irodalom jegy – méréseket végzünk, akkor a mért tulajdonságokat *változóknak* szokás nevezni. E változók megítélhetők abból a szempontból is,

hogy a lehetséges értékek mennyire rendelkeznek a számok tulajdonságaival. Ez alapján mondhatjuk egy változóról, hogy nominális, ordinális vagy kvantitatív skálát képvisel:

- *Nominális skála* esetén a lehetséges értékek között nem értelmezhető a kisebb/nagyobb fogalma sem, így sorrend sem kínálkozik közöttük. Példa lehet nominális változóra diákok esetén a kedvenc tantárgyuk.
- *Ordinális skála* esetén a lehetséges értékek között van sorrend, de ezen értékek különbsége nem értelmezhető. Példaként tekintsük az iskolai végzettséget a következő 4 értékkel: *legfeljebb 8 általános, szakmunkásképző, érettségi, felsőfokú végzettség*. Bár a végzettség fokozatai egyértelműen sorba rakhatók, az nem jelenthető ki, hogy a *főiskola* éppen annyival jelent magasabb végzettséget az *érettséginél*, mint a *szakmunkásképző* a *8 általánosnál*. Valójában a kérdés ennyiből nem is értelmezhető. További példák ordinális változóra: a diákoknak rangsorolni kell, hogy adott dolog hol helyezkedik el számukra egy fontossági sorban, vagy hogy mekkora erőfeszítést tesznek egy ügy érdekében és a lehetséges választások pl. a következők: *semmilyen, épphogy csak, amennyit szükséges, mindent beleadok*. Egy másik példa, hogy a diákok órai teljesítményét a következő fokozatokkal ítélik meg: *gyenge, megfelelő, kiváló*.
- *Kvantitatív (vagy: Intervallum) skáláról* akkor beszélünk, ha a változó értékei között nem csak a sorrend értelmes, de ezen értékek különbsége is értelmezhető. Az ilyen változókat *kvantitatívnak* is szokás nevezni. Ilyennek tekinthető pl. a legtöbb teljesítményteszt, képességeszt (pl. IQ teszt), ami tehát azzal a plusz tulajdonsággal jár, hogy kijelenthetjük: a 120 pont éppen annyival jobb eredmény a 100-nál, mint a 140 a 120-nál.

A változók egy másik szempont szerint lehetnek *diszkrét* és *folytonos*ak. A diszkrét változó lehetséges értékei jól elkülönülnek egymástól, mint például a kedvenc tantárgy vagy az iskolai végzettség. Az olyan változót, amely eredendően folytonos jelenséget mér és a lehetséges értékei között kellően kicsi különbség van (vagyis a mérés kellő pontossággal rendelkezik), folytonosnak nevezzük. Például a legtöbb IQ teszt folytonosnak tekinthető, mert az intelligencia (véltetően) folytonos és a mérés kellően árnyalt. Ugyanakkor nem folytonos az intelligenciának az a mérése, ahol csak átlag alatti, átlagos és átlag feletti kategóriákat használjuk. A folytonosság kérdése azért fontos, mert ha egy változó legalább ordinális, általában egyszerűbb és hatékonyabb az elemzés, ha a változót folytonosnak tekinthetjük. Minél finomabb a skála, annál inkább megtehetjük ezt. A statisztikai gyakorlatban az ötfokú skálákra már szokták alkalmazni a folytonos változókra vonatkozó eljárásokat.

### **Leíró és matematikai statisztikák**

A leíró statisztikák a minták számszerű jellemzésére valók. A minta „közepét” (kvantitatív változó esetén) általában az *átlaggal* vagy (legalább ordinális változó esetén) a *mediánnal* szokás megragadni. A minta átlaga az, amit mindenki ért ezen: a minta értékeinek átlagát. A medián talán rövid magyarázatra szorul. Némi leegyszerűsítéssel azt az értéket jelenti, amely megfelel a mintát abban az értelemben, hogy annyi érték van felette, mint alatta. Ha pl. 5 diák IQ értékei: 80, 86, 101, 140, 90, akkor ennek az 5 elemű mintának a mediánja 90 (két érték – a 80 és a 86 – kisebb, mint 90; két érték – a 101 és a 140 – pedig nagyobb, mint 90). Ha a mintát 6 eleműre bővítjük: 80, 85, 101, 140, 90, 70, akkor a medián (a növekvő sorrendbe állított 70, 80, 85, 86, 90, 101, 140 számsor) a két középső értékének, vagyis a 86-nak és a 90-nek az átlaga, tehát: 88. Az átlag intervallum skálák esetén használatos, míg a medián csupán ordinális skálát „igényel” (Falus és Ollé, 2000; Szücs, 2002).

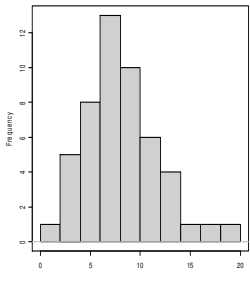
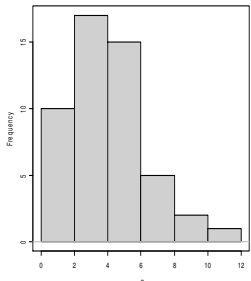
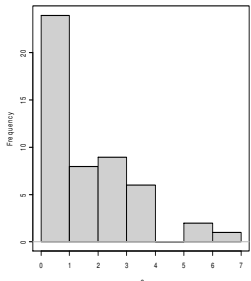
Gyakran felmerül a közép körüli ingadozás nagysága. Ennek leggyakoribb mérőszáma a *szórás*. Némi leegyszerűsítéssel azt mondhatjuk, a szórás az átlagtól való eltérésnek egy olyan középértéke, ami közel áll az átlaghoz: az átlagtól való átlagos eltérés.

A matematikai statisztikai eljárások a leíró statisztikák adatait felhasználó, illetve azok alapján megválasztható számítások (Vargha, 2000). A vizsgálatok egy része olyan eszközökkel (tesztek, feladatsorok, osztályzatok) történik, melyek lehetséges értékei *kvantitatív-skálát* képviselnek és lényegében folytonosak is (vagyis elég „finom” beosztásúak). Itt a további elemzés azon múlik, hogy a minta eloszlása normálisnak tekinthető-e? Ha igen, akkor az átlagok eltérését vizsgáló eljárások (t-próbák, varianciaanalízis) alkalmazhatók, melyek a legerősebb eszközök a különböző (csoportok közötti, időpontok közötti) eltérések kimutatására. A „normalitás” vizsgálata (többek között) a Shapiro-Wilk-próba segítségével történhet. Ha a Shapiro-Wilk-próba eredményeként kapott szignifikancia érték (*p-value*) 0,05 alatt van, akkor a normalitást el szokás vetni. A 2. ábrán néhány példát láthatunk, ahol az első minta még normálisnak tekinthető, a második kettő már nem. (Megjegyezzük, hogy a varianciaanalízis nem túlságosan érzékeny a normalitás hiányára, ezért ha az említett *p-value* néhány századdal 0,05 alatt marad, a varianciaanalízis által adott eredmények még jól használhatók)

Ha azt kaptuk, hogy a *normalitás nem áll fenn*, vagy a skála *ordinális*, akkor az ún. rangokon alapuló eljárásokat alkalmazhatjuk pl. (Wilcoxon-próba), melyek az adatok tényleges értéke helyett a nagysági sorrendben elfoglalt helyükkel számol. Némi leegyszerűsítéssel azt mondhatjuk, itt az átlagok helyett a mediánok eltérését vizsgálják.

Ha a minta (csoportonkénti) eloszlása a 2. ábra nem normális eloszlást mutató eseteiben látható eloszlásnál is „csúnyább” képet mutat (pl. több „púpja” van), érdemes statisztikussal konzultálni (kapcsolat: [www.kockakor.hu](http://www.kockakor.hu)), mert sok minden lehet a dolog hátterében.

2. ábra: példák normális és nem normális eloszlásra (Forrás: Mező, Máth és Abari, 2008)

		
<p>Shapiro-Wilk normality test data: y1 W = 0.9615 <i>p-value</i> = 0.103</p>	<p>Shapiro-Wilk normality test data: y2 W = 0.9409 <i>p-value</i> = 0.015</p>	<p>Shapiro-Wilk normality test data: y3 W = 0.8556, <i>p-value</i> = 0.000</p>
<p>Eloszlás: normális</p>	<p>Eloszlás: nem normális</p>	<p>Eloszlás: nem normális</p>

Az is lehetséges, hogy a mérés *nominális skálán* történik. Hatásvizsgálatokban talán a *kétértékű nominális változó* fordul elő leggyakrabban, melynek tipikus példája az igen/nem, a siker/kudarc, fiú/lány. Kétértékű változók esetén több eljárás kínálkozik a fejlődés detektálására, de többértékű esetben is vizsgálható a változás. Ha több csoportot egyszerre vizsgálunk, a változások értelmezése bonyolulttá válik, melynek elméleti hátterét a loglineáris elemzés adja. Ennek ismertetése túlmutat e mű keretein (Máth, 2004).

A matematikai statisztikai vizsgálatok két átfogóbb csoportját képezik a különbség-vizsgálatok, illetve a kapcsolatvizsgálatok. Amíg az előzőek összehasonlítanak egy vagy több adatsort, addig az utóbbiak az adatsorok közötti bejósolhatóságot, együtt járást vizsgálják.

### Hipotézisvizsgálat

A hipotézisvizsgálat lényege, hogy legalább két „versengő” hipotézis között ( $H_0$  és  $H_1$  hipotézis) kell döntenünk (Borovkov, 2012).  $H_0$  (más szóval: *nullhipotézis*) jelentése: az eltérés (a csoportok, időpontok között) nem jelentős, véletlenszerű, csak a vizsgált mintában van jelen, az egész populáció esetében már nem áll fenn.  $H_1$  jelentése: az eltérés a véletlent meghaladó, lényeges különbség, az egész populációra vonatkozó, azaz „szignifikáns”. A szignifikancia annak a valószínűségét jelenti, hogy a kapott (vagy annál is nagyobb) eltérés  $H_0$  esetén is bekövetkezhet. Minél kisebb a szignifikancia, annál nagyobb meglepetést jelent az adott eltérés  $H_0$ -t feltételezve. A pedagógiai kutatásokban a 0,05-nél kisebb szignifikanciaérték (a továbbiakban: *p-érték* vagy *p-value*) esetén szokás úgy dönteni, hogy  $H_1$ -et választjuk, vagyis hogy a kapott eltérés lényeges, nem a véletlen műve, azaz szignifikáns (2. ábra).

2. ábra: a szignifikancia értékének (a p-értéknek az) értelmezési lehetőségei

HA a szignifikanciát számszerűsítő p-érték (p-value) =	0	0,05	...	1
<b>AKKOR:</b> Mekkora a valószínűsége, hogy véletlen folytán legalább ekkora különbség keletkezzen két vizsgálati eredmény között (feltéve, hogy a módszer teljesen hatástalan)?	0%	5%		100%
Mekkora a valószínűsége (=1-p), hogy véletlen esetén legfeljebb ekkora különbség mutatkozik (feltéve, hogy a módszer teljesen hatástalan)?	100%	95%		0%
Az eredmény szignifikáns?		IGEN		NEM
$H_0$ (=a különbség nem jelentős, véletlenszerű, csak a vizsgált mintában van jelen, a populációra nem érvényes) igaz?		NEM		IGEN
$H_1$ (=a különbség jelentős, a populáció egészére is érvényes, nemcsak a mintára) igaz?		IGEN		NEM

Példaként tegyük fel, arra vagyunk kíváncsiak, hogy egy csoport év végi átlagteljesítménye (55,6) fejlődést mutat-e az év elejével (52,7) összevetve egy képzeletbeli tesztben? A szignifikanciavizsgálat eredménye lehet:

- a szignifikancia értéke (a p-érték) 1: ez arra utal, hogy a két átlag „hajszalra” megegyezik és semmi okunk bármilyen fejlődésre gyanakodni.
- a kapott szignifikancia érték (p-érték) nagyobb, mint 0,05. Ha például:  $p=0,16$ , ez azt jelenti, hogy ekkora (vagyis 55,6-52,7=2,9 pontos) vagy ennél is nagyobb eltérés 0,16 (azaz 16%-os) valószínűséggel akkor is előfordulhat, ha valójában semmilyen érdemi változás nem történt a csoportban, ezért ebben az esetben nem tudtuk igazolni, hogy fejlődés történt volna: *tehát az eltérés nem szignifikáns*.
- a kapott szignifikancia érték (p-érték) kisebb 0,05 vagy pontosan 0,05. Például: ha  $p=0,02$ , akkor kijelenthetjük, érdemi fejlődés áll fenn, az év eleji és az év végi vizsgálat eredményei között *az eltérés szignifikáns*.

Meg kell jegyezni, hogy a hipotézisvizsgálat logikája sem zárja ki a tévedés lehetőségét. Példánkánál maradván előfordulhat, hogy a csoport – noha semmit sem fejlődött – mégis szignifikánsan jobban teljesít, mert az első mérés eredménye volt túl rossz (pl. a vizsgálati személyek mással voltak elfoglalva a méréskor) vagy a második túl jó (pl. könnyűek voltak a

feladatok, jó napot fogtak ki, stb...). Ilyenkor tévesen  $H_1$  – et választjuk. E hiba elkövetésének valószínűségét maximalizálja a 0,05-ös szint. Ennek az ellenkezője is megeshet, amikor tényleges fejlődés van az osztályban, de az első mérés sikerült „túl jól” vagy a második „túl rosszul” és az átlagok nem térnek el eléggé. Ebben az esetben tévesen azt mondjuk, nem tudunk érdemi, azaz szignifikáns fejlődést kimutatni. Különösen nagy e hiba esélye akkor, ha túl kicsi a vizsgált minta és/vagy túl kicsi a kapott eltérés és/vagy túl nagy a mérés hibája.

### Különbségvizsgálatok

A különbségvizsgálatokon alapuló hatásvizsgálatok kilenc jellegzetes esetét különböztethetjük meg aszerint, hogy hány csoportról hány alkalommal nyert eredményeket vetjük össze egymással (1. táblázat).

1. táblázat: A legalapvetőbb különbségvizsgálatokra vonatkozó példák

Vizsgált csoportok száma	Egy vizsgálat:	Két vizsgálat: elő- és utóvizsgálat	Több vizsgálat: nyomon követéses vizsgálat
1	Pl.: egy fejlesztőprogramba bevont csoport 2015-ben nyújtott teljesítménye különbözik-e egy meghatározott (pl. fejlesztési tervben kitűzött) célértéktől?	Pl.: a fejlesztőprogramba bevont csoport program előtti (pl. 2005-ös) és utáni (pl. 2015-ös) teljesítménye különbözik-e egymástól?	Pl.: a fejlesztett csoport 2005-ben, 2010-ben, 2015-ben stb. nyújtott teljesítménye különbözik-e egymástól?
2	Pl.: a fejlesztett (vizsgálati) csoport 2015-ös teljesítménye különbözik egy fejlesztésbe be nem vont (kontroll-)csoport teljesítményétől?	Pl.: a fejlesztőprogramba bevont csoport és a kontrollcsoport teljesítménye különbözik-e önmagától, illetve egymástól program előtt (pl. 2005-ben) és után (pl. 2015-ben) ill. az esetleges változás mértéke eltér-e a két csoportban?	Pl.: a fejlesztőprogramba bevont csoport és a kontrollcsoport teljesítménye különbözik-e önmagától, illetve egymástól a program előtt (pl. 2005-ben) és után (pl. 2010-ben), s a további években (2015-ben stb.) ill. az esetleges változás görbéje eltér-e a két csoportban?
3 vagy több	Pl.: a különböző fejlesztésben részesülő csoportok teljesítménye különböző 2015-ben?	Pl.: a csoportok teljesítménye különbözik-e a saját, illetve a többi csoport teljesítményétől a program előtt (pl. 2005-ben) és után (pl. 2015-ben) ill. az esetleges változás mértéke eltér-e az egyes csoportokban?	Pl.: a csoportok teljesítménye különbözik-e a saját, illetve a többi csoport teljesítményétől a program előtt (pl. 2005-ben) és után (pl. 2010-ben), s a további években (2015-ben stb.) ill. az esetleges változás görbéje eltér-e az egyes csoportokban?

A különbségvizsgálatokban résztvevő minták jellegzetességei alapján egymintás, összetartozó mintás, illetve független mintás eseteket különböztethetünk meg. *Egymintás* különbségvizsgálatról van szó abban az esetben, ha egy csoport eredményét egy (pl. fejlesztési tervben) kitűzött célértékhez (kritériumszinthez) hasonlítjuk. *Összetartozó mintás* vizsgálatoknak tekinthetjük azokat a helyzeteket, amelyek alkalmával ugyanannak a mintának két (e speciális esetben: páros vagy paired vizsgálat megnevezéssel is találkozhatunk) vagy több

adatgyűjtés során nyert eredményeit vetjük össze egymással. A *független minták* összehasonlításakor két vagy több csoport teljesítményét hasonlítjuk össze azonos változó(k) mentén – ilyen változók lehetnek például: IQ, szófluencia stb..

### **Kapcsolatvizsgálatok**

Fejlesztőprogramok hatásvizsgálata során felmerülhet annak igénye is, hogy a vizsgálatok során gyűjtött adatok közötti összefüggéseket (például két változó közötti egyenes/fordított arányosságot, együtt járást stb.) is feltárjuk. Ez történik olyan esetekben, amikor arra keressük a választ, hogy az egyik változó (például: általános intelligencia, motoros fejlettség, kreativitás stb.) értékének növekedése esetén a másik változó (például önértékelés önismeret, tanulmányi átlag stb.) értéke vajon szisztematikusan nő, csökken, vagy teljesen bejósolhatatlanul változik-e. A kapcsolatvizsgálatok alkalmazásakor tehát arra vagyunk kíváncsiak, hogy egy(néhány) változó aktuális értékének ismeretében érvényes és megbízható következtetéseket tehetünk-e más változó(k) értékére.

Ha csak két változó kapcsolatát vizsgáljuk, akkor a leggyakrabban használt mutatók folytonos változók esetén (tehát ha a teljesítményt egy árnyalt pontszámmal mérjük) a Pearson-féle és a Spearman-féle korreláció, illetve az egyváltozós regressziószámítás.

Ha a mérésünk csak néhány fokozatot jelent, esetleg csak nominális skálán mérünk (tehát a lehetséges értékek még sorban sem rendezhetők), akkor használhatjuk a Kendall tau-b mutatót, vagy a Khi-négyzet próbával együtt a lambda együtthatót.

Ha egyszerre több változónk is van, melyekből következtetni kívánunk a megfelelő, teljesítmény változóra (például önértékelés önismeret, tanulmányi átlag), akkor a következő többváltozós eljárásokat alkalmazhatjuk (vö.: Vargha, 2000):

- Parciális korrelációszámítás;
- Többváltozós lineáris regressziószámítás;
- Diszkriminancia analízis;
- Logisztikus regressziószámítás.

A kapcsolatvizsgálatok sajátos esete a faktoranalízis, amikor nagy számú vizsgálati változónk mögött meghúzódó (rejtett, latens módon megnyilvánuló) háttérváltozókat keresünk.

### **Zárógondolatok**

A fentiekben áttekintettük néhány jellegzetes esetét és alapfogalmát a bizonyítékokon alapuló hatásvizsgálatok matematikai statisztikai világának.

A matematikai statisztikai számítások végrehajtására napjainkban már szoftverek is rendelkezésre állnak - ezek többsége azonban olyan összegbe kerül, hogy megvásárlásuk sokszor intézményi szinten is kihívást jelenthet. Utolérhető azonban az internetről ingyenesen letölthető, matematikai statisztikai számítások végzésére alkalmas program-csomagok is. Az egyik ilyen ingyenesen elérhető, sokoldalú és magyar nyelven is utolérhető szakirodalmi segédlettel (Abari, 2008; Mező, Máth és Abari, 2008; Solymosi, 2005) rendelkező szoftver az úgynevezett R-nyelv. E lap következő számaiban igyekezünk közzé tenni a jövőben az R-nyelvvvel és a hatásvizsgálatokkal kapcsolatos további módszertani tanulmányokat, amelyeket ezúton is ajánlunk az érdeklődők figyelmébe!

### **Irodalom**

Abari K. (2008): A tehetségdiagnosztika adatkezelésbeli alapjai R környezetben. In Mező F. (szerk.): *Tehetségdiagnosztika*. Kocka Kör & Faculty of Central European Studies, Constantine the Philosopher University in Nitra, Debrecen. pp 105-130



- Berényi Marianne - Katona Ferenc (2013): Fejlesztések és terápiák. Fogalomzavar, vagy vetélkedés a mindennapokért? *Gyógypedagógiai Szemle*, 2013, XLI. évf. 3., 174-185.
- Bolla M. és Krámlí A. (2012): *Statisztikai következtetések elmélete*. Typotex Kiadó, Budapest.
- Borovkov, A. A. (2012): *Matematikai statisztika. Paraméterek becslése, hipotézisvizsgálat*. Typotex, Budapest.
- Falus I. és Ollé J. (2000): *Statisztikai módszerek pedagógusok számára*. Okker Kiadói Kft., Budapest.
- Guyatt, G., Cook, D. és Haynes, B. (2004): Evidence based medicine has come a long way. *BMJ*, 2004. Oct. 30. 329(7473), 990-991.
- Mező F., Máth J. és Abari K. (2008): A különbségvizsgálatokon alapuló tehetségdiagnosztika matematikai statisztikai alapjai (adatelemzési útmutató). In Mező F. (Szerk.): *Tehetségdiagnosztika*. Kocka Kör & Faculty of Central European Studies, Constantine the Philosopher University in Nitra, Debrecen. pp 131-207.
- Obádovics J. Gy. (2003): *Valószínűségszámítás és matematikai statisztika*. Scolar Kiadó, Budapest.
- Solymosi N. (2005): *R<...erre, erre...! Internetes R-jegyzet*. Letöltés: 2015.09.14. Web: <http://cran.r-project.org/doc/contrib/Solymosi-Rjegyzet.pdf>
- Szűcs István (2002): *Alkalmazott statisztika*. Agroinform Kiadó, Budapest.
- Vargha A. (2000): *Matematikai statisztika pszichológiai, nyelvészeti és biológiai alkalmazásokkal*. Pólya Kiadó, Budapest.