

**TÉRSZEMLÉLETFEJLESZTÉS A MATEMATIKA ÓRÁKON
11-12 ÉVES GYEREKEK KÖRÉBEN**

Szerzők:

Nagy Lehocky Zsuzsa (PhD)
Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra/
Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre
(Szlovákia)

Szabó Tibor (PhD)
Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra/
Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre
(Szlovákia)

Első szerző e-mail címe:
znlehocka@ukf.sk

Lektorok:

Tóth Attila (PhD)
Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra/
Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre
(Szlovákia)

Psenák Ildikó (PhD)
Nagyszombati Egyetem, Trnava/ Tranavská
Univerzita v Tranve (Szlovákia)

Nagy Lehocky Zsuzsa és Szabó Tibor (2022): Térszemléletfejlesztés a matematika órákon 11-12 éves gyerekek körében. *Különleges Bánásmód*, 8. (4). 77-83. DOI [10.18458/KB.2022.4.77](https://doi.org/10.18458/KB.2022.4.77)

Absztrakt

A kisiskolás gyerekek térszemléletének fejlesztése az oktatási folyamat fontos feladata, különös tekintettel a megszerzett kompetenciák gyakorlati alkalmazása a valós életben. A tanulmányban röviden bemutatjuk a 11-12 éves tanulók térszemlélet fejlesztésére fókuszáló projektünkben alkalmazott fejlesztő feladatokat, melyek a matematika órákon valósultak meg. A tanulók olyan feladatokat oldottak meg, amelyek a sík és térbeli tárgyakkal való problémamegoldásra, a sík vagy térbeli helyzetek elemzésére és a tárgyakkal való manipulálására összpontosítottak.

Kulcsszavak: térszemlélet, matematika, fejlesztés

Diszciplínák: matematika, pedagógia

Abstract

SPATIAL APPROACH DEVELOPMENT IN MATHEMATICS CLASSES AMONG CHILDREN 11-12 YEARS OLD

The development of the spatial approach of schoolchildren is an important task of the educational process, especially the practical application of the acquired competencies in real life. In the study, we briefly present the developmental tasks used in our project focusing on the development of spatial perspectives for 11-12-year-old students, which were implemented in mathematics lessons. Students solved tasks that focused on problem solving with 2D and 3D objects, analyzing these situations and manipulating with objects.

Keywords: spatial approach, mathematics, development

Disciplines: mathematics, pedagogy

Bevezetés

A térbeli képességek fogalmát szinte mindenki ismeri, még akkor is, ha nem ismerik a pontos meghatározást. Azonban az emberek kevésbé ismerik ennek a képességnek a fontosságát, pedig szükséges az alapvető napi feladataink elvégzéséhez, különböző munkavégzések során is. A tanulók nem rendelkeznek megfelelő szintű térbeli érzékeléssel (Rumanová, 2020; Tóth, 2020), viszont sok szakma magas szinten igényli ezeket a készségeket, így az oktatás feladata lenne, hogy a fejlődésükre összpontosítson, hogy az érintett szakmák iránt érdeklődők száma növekedhessen. Egy projekt keretén belül egyrészt felmérést végeztünk a térszemlélettel kapcsolatosan, másrészt igyekeztünk hatékony fejlesztési feladatokat keresni. Nagy (2003) azt mondja, hogy a készségek fejlesztése hosszú folyamat, amely évekig is eltarthat. Valójában két ideális időszak van a gyermekeknél, hogy fejlesszük ezeket a képességeket, az első 5-6 éves korban, a második 11-12 éves korban, ebből következően a projekt fő célcsoportja a 11-12 éves gyermekek lett.

Projektünk célja egy interdiszciplináris tanulmányi program kidolgozása egy új, nemzetközileg elismert oktatási modellt megvalósítására: STEAM (tudomány, technológia, oktatás, művészetek és matematika) az informatika, a matematika és a vizuális művészetek tudományágaiban az általános iskola ötödik és hatodik osztályában. A tantervi modulok a mindennapi élethelyzetek gyakorlati társadalmi követelményein alapulnak, és a munkaerőpiacon való foglalkoztatáshoz szükséges készségek fejlesztésére irányulnak.

A program keretében létrehozott feladatok tervezésekor megpróbáltunk olyan tevékenység típusokra támaszkodni, amelyek a leghatékonyabban fejleszthetik a térbeli képességeket. Babály és Kárpáti (2015) szerint a következő tevékenységek lehetnek a leghatékonyabbak: 1) építési játékok használata gyermekkorban, 2) kézművesség és barkácsolás, 3) 3D számítógépes játékok, 4) sport, 5) matematikai készségek fejlesztése. Hejný (1990) szerint a térbeli észlelés az a valami, ami lehetővé teszi számunkra,

hogy lássuk, ami még nincs - vagyis elképzeljük a geometriai alakzatokat és azok elhelyezését; hogy képesek vagyunk manipulálni ezekkel a tárgyakkal a képzeletben. A problémamegoldás belsőleg a helyzet képének tevékenységévé, vagy manipulálásává válik (Nakonečný, 1998).

A vizuális gondolkodás lényege az ötletekkel való munka. Ez nonverbális gondolkodás, azaz a térbeli kapcsolatok és a mozgási lehetőségek közötti gondolkodás. A problémamegoldásnak nem kell a fogalmi gondolkodás tárgyává válnia, hanem a képek vizualizációjában nyilvánul meg.

Mező (2022) alapján célunk volt, hogy a gyermekek ezen terület fogalmi közötti viszonyok alakításával kapcsolatos kompetenciáját is fejlesszük, míg oktatási szempontból szintén célként tűzhetjük ki adott fogalmak közötti logikai viszonyok kialakítását.

Javasolt fejlesztési foglalkozások

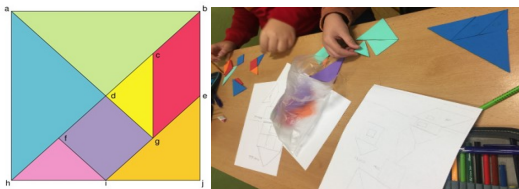
A projekten belül ezúttal a matematika órákon megvalósult foglalkozásokra összpontosítunk. A matematika fejlesztési programjainak feldolgozásán belül fő célunkra, a tanulók térbeli képzeletének fejlesztésére helyeztük a hangsúlyt. Javasataink kilenc területét mutatjuk be, ahol a tanulók fokozatosan tapasztalatot szereztek a sík, később pedig a térbeli tárgyakkal való manipulációval. A kockaprogramot a LeoCAD – virtuális LEGO CAD szoftver – segítségével hajtották végre. A diákoknak saját várost is létre kellett hozniuk a Minecraft program segítségével. Az alábbiakban részletebben bemutatjuk az egyes fejlesztési feladatokat.

Tangram

A geometria tanításában a Tangram puzzle használható olyan matematikai fogalmak bemutatására, amelyek támogatják a gyermekek megfigyelő képességét, fejlesztik képzeletüket, alakelemzésüket, kreativitásukat és logikai gondolkodásukat. A kínai Tangram puzzle (lásd 1. ábra) egy látszólag

egyszerű négyzet alakú alakzat, amely további hét geometriai alakzatra oszlik. Amikor az alakzatok összekapcsolódnak, az alakzatok csodálatos összefüggéseire mutatnak rá, amelyek számtalan geometriai tulajdonságot mutatnak meg. A geometria tanítása szempontjából a Tangram segít a geometriai ismeretek, a logikai készségek és a térbeli képzelet fejlesztésében. Motivációs feladatok megoldására, a terület és a kerület tanulására, a formák hasonlóságainak megtanulására egyaránt használható. Segít az alakzatok elnevezésében és osztályozásában.

1. ábra. Tangram darabjai és tanulói alkotások. Forrás: https://www.zborovna.sk/keniznica.php?action=show_verseion&id=98303&hit=258125.



A tanulóknak először lehetőségük volt szabadon alkotni, hogy megismerkedjenek az eszközzel, majd adott kép alakján kellett összeilleszteni egyes részeket. Háromszögeket alakítottak ki két, három, négy, öt, hat és végül mind a hét Tangram formáció felhasználásával. A további feladatokban különböző utasításoknak megfelelően képeket kellett létrehozniuk. Végül a Tangram megfelelő elemeit több körvonalazott formába helyezték el, amihez alakelemzésre és rendszerezésre is szükség volt.

Ki nevet a végén?

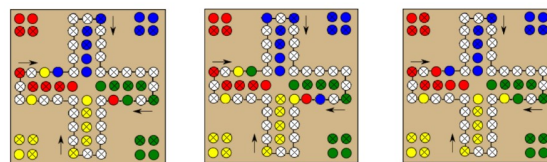
Ezen feladatsor egy képzeletbeli Novák családra vonatkozott, akik a „Ki nevet a végén?” társasjátékot játszották. Mindegyik családtagnak négy azonos színű bábuja van: Anya-piros, Apa-zöld, Peti-kék és Kati-sárga. Az egyes feladatokban a bábuk előre meghatározott állása szerint a tanulóknak meg kellett határozniuk a nézetet előlről és felülről a játék figuráinak különböző helyszínein (2. ábra).

2. ábra. Ki nevet a végén? – mintafeladat. A kép forrása: Szerzők.

Ha a játéktáblára előlnézetből nézünk, akkor így látjuk a bábukat:



- Az alábbi felülnézetből ábrázolt játéktáblák melyikén állnak a bábuk az adott bábusor szerint?
- Kinek ért célba pontosan 2 bábuja?



A

B

C

Szimmetria

Általános, köznapi jelentésében a szimmetria szabályosságra, harmóniára, tökéletességre utal. A matematikában egy alakzatot szimmetrikusnak nevezünk, ha létezik olyan szimmetria, amely az alakzatot önmagába képezi le. Ha ez a szimmetria középpontos szimmetria, akkor ennek a szimmetriának a középpontját az alakzat szimmetriaközéppontjának nevezzük. Ha ez a szimmetria tengelyes szimmetria, akkor ennek a szimmetriának a tengelyét az alakzat szimmetriatengelyének nevezzük. Végül, ha ez a szimmetria síkszimmetria, akkor ennek a szimmetriának a síkját az alakzat szimmetrisíkjának nevezzük. A szimmetria lehetővé teszi, hogy osztályozzunk és megkülönböztessünk különböző típusú szabályos mintákat és megvizsgáljuk az alakzatokat. A tanulók ezekre vonatkozóan kapták az egyes feladatokat.

Mintapélda1: a tó tükörsima vízfelülete hibátlanul visszatükrözi a tóparti környezetet (lásd 3. ábra). A tóparti digitális kijelző 12:55-öt mutat. Mi látható a víztükrön?

3. ábra. Mintafeladat a szimmetriára. A kép forrása: Szerzők.



Mintapélda2: rajzold be az ábra szimmetria-tengelyét (lásd 4. ábra)!

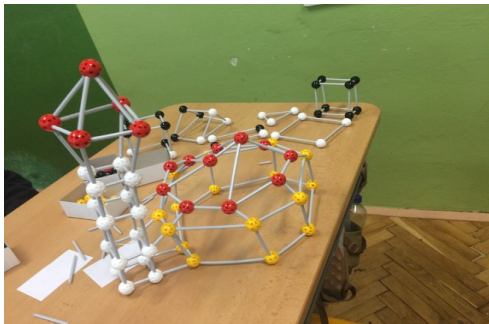
4. ábra. Mintafeladatok a tengelyes tükrözésre. A kép forrása: Szerzők.



Kugeli

Az eszközzel való ismerkedési feladat az volt, hogy kétdimenziós alakzatokat készítsenek a gyerekek, majd ezeket felhasználva szabadon háromdimenziós alakzatokat építettek belőle. (lásd. 5. ábra).

5. ábra. Kugeli játékkészlet. A fotó forrása: Szerzők.



6. ábra. Várostervezési tanulói munkák. A fotók forrás: Szerzők.



Volt több olyan feladat, hogy kép alapján kellett építeniük, végül pedig az adott feltételek alapján. A tanulók ezzel kibővítették a kétdimenziós formákkal kapcsolatos ismereteiket és megtanulták, hogyan lehet őket háromdimenziósra cserélni. Megtanulták a kétdimenziós és háromdimenziós geometriai alakzatok modelljeit elkészíteni és lerajzolni.

Várostervezés

A várostervezés feladatsor célja a térbeli kapcsolatok felfedezése, azaz a térbeli objektumok közötti kapcsolatok felismerése és leírása. A térbeli helyzet érzékelése, egy tárgy helyzetének felismerése a tárgyat észlelő személyhez képest.

Vizuális felbontás, az alakzatok közötti hasonlóságok és különbségek felismerése. A tanulók ezúttal megvitatták az egyes épületek geometriai tulajdonságait és elhelyezkedését. Megvizsgálták, hogy milyen elemek alkotják a várost, például házak, lakóházak, éttermek, sportközpontok, múzeumok, templomok, parkok vagy városháza.

Ezek után a fő feladat az volt, hogy saját elképzeléseik szerint hozzanak létre egy várost. A város elemei lehetnek: híd, torony, felhőkarcoló, megfelelő úthálózat, házak. Voltak akik újrahasznosított alapanyagokból építették meg a városukat, voltak akik a Minecraft számítógépes játék ingyenes verziója segítségével modellezték városukat (lásd. 6. ábra).

Testhálók

Környezetünkben mindenütt testeket láthatunk. Használjuk ezeket, játszunk velük. Téglatest lehet a tejes doboz, a szekrény vagy épp a radírgumi. Kocka lehet a dobókocka vagy a kockacukor. A lapok a testeket határoló felületek. A testek lapjait kiterítve, megkaphatjuk a testhálót (lásd. 7. ábra). Minden testről készíthetünk testhálót, illetve egy testnek lehet többféle testhálója is. A testhálóból természetesen újra kialakíthatjuk a testet. Érdekes kérdés lehet tehát, hogy egy adott testnek hányféle testhálója lehet. Nyilvánvalóan lehet egynél több, erre akár konkrét példákat is találhatunk. Szintén nem kézenfekvő, hogy vajon minden testnek van-e testhálója. Ezen fejlesztő programon belül ezekre a felvetésekre kerestük a választ.

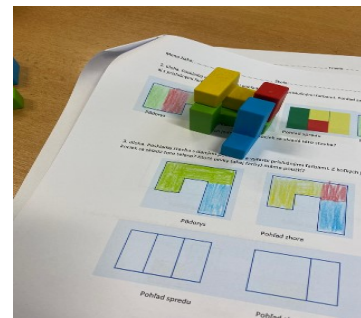
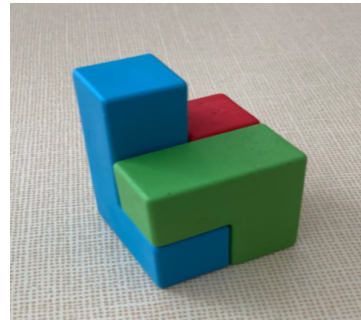
Mintapélda3: a kockák közül, melyiknek a hálója látható az ábrán?

Ubongo

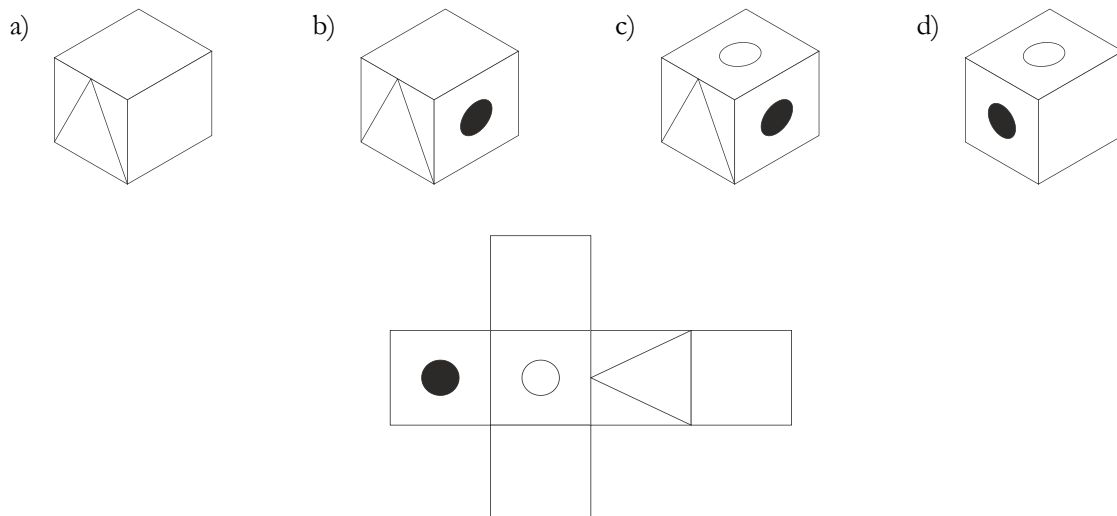
Ezen fejlesztési programon belül az Ubongo játék készletelemeivel dolgoztak a tanulók, a belőlük kirakott építmények alaprajzát, felülnézetét, előlnézetét, jobb és bal oldali oldalnézetét határozták meg. A fényképen (lásd. 8. ábra) látható építmény három elemből áll: egy 4 kockából álló kék,

egy 3 kockából álló zöld és egy 2 kockából álló piros elemből. Meg kellett rajzolni az alaprajzát, ami egy négyzet, majd ki is kellett színezni a rajta levő elemek színével. Érdekeség, hogy a felülnézet ugyancsak négyzet, de a színezése már más.

8. ábra. Ubongo feladat tanulói megoldása. A fotók forrása: Szerzők



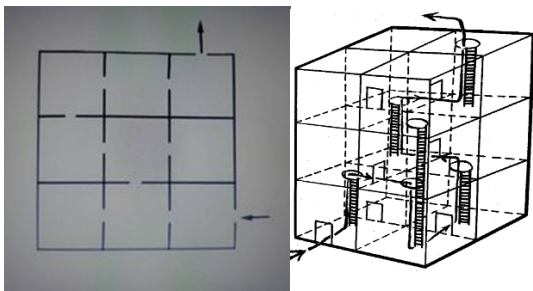
7. ábra: A kocka testhálója. Forrás: Szerzők.



Labirintus

A labirintus legkorábbi jelentése szerint egy két-irányú (két irányban bejárható) útvonal (amely egy bejárattal rendelkezik), amely elágazások nélkül vezet a bejáratától a középpontba, illetve a középpontból a kijáratához. Az útvesztő sok kereszteződéssel, zsákutcával tarkított, azaz számtalan utat, bejárési lehetőséget foglal magába. A gyerekek ezúttal nemcsak síkbeli, hanem térbeli labirintusokkal is megismerkedtek (lásd 9. ábra). A feladatok arra vonatkoztak, hogy kétszintes labirintusokból kellett megtalálni a kiutat, le kellett rajzolni szintenként, hogy milyen lépésekkel lehet eljutni a kijáratához.

9. ábra. Síkbeli és térbeli labirintus. Forrás: Szerzők



Kockák

Ezen fejlesztési program célja a térbeli képzelet fejlesztése volt térbeli hasonlóságok keresésével.

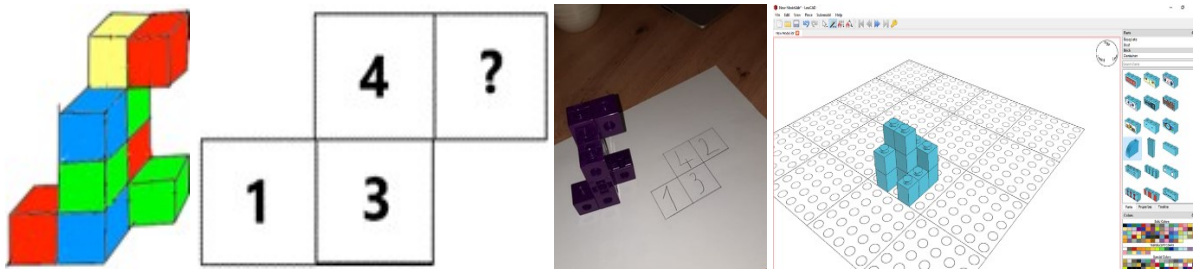
A tanulóknak gyakorlati tapasztalatokat kellett alkalmazniuk abból, amit már megtanultak ebben a témában, hogy fejlesszék a térbeli látásukat és térbeli képzeletüket. A feladat többek között az volt, hogy különböző perspektívákból felismerjék és megrajzolják az épületeket.

Először szabadon építettek a kockákból, majd kép alapján, kódok alapján (lásd. 10. ábra) és legvégül utasítás szerint. Meg kellett határozniuk az egyes nézőpontokat: előlnézetet, oldalnézetet és felülnézetet.

Összegzés

A térbeli képességek megfelelő szintű fejlettsége nagyban befolyásolhatja a gyermekek jövőjét, hiszen úgy a mindennapi élet, mint számos szakma is megköveteli e képességek használatát. Fontos, hogy a fejlesztésük teret kapjon az oktatás különböző szintjein. A tanulmányban bemutatott tevékenységek már megvalósultak a projektünkben résztvevő általános iskolákban. A tevékenységeket vezető tanárok részéről pozitív visszajelzést kaptunk. A kutatás részletes kiértékelése még folyamatban van, ennek ellenére úgy gondoljuk, hogy az általunk bemutatott tevékenységek integrálhatók az általános iskola felső tagozatos matematika tanóráiba (első-sorban az 5. és 6. évfolyamban), olyan módon, hogy azok pozitív hatással bírhatnak a tanulók téri képességeinek fejlődésére.

10. ábra. Kockás feladat papír alapú és számítógépes tanulói megoldása. Forrás: Szerzők



Köszönetnyilvánítás

Jelen tanulmány a „KEGA 015UKF4/2020 Rozvoj priestorovej predstavivosti 10-12 ročných žiakov základných škôl” pályázat keretében jött létre.

Irodalom

Babály, B. és Kárpáti, K.(2015). A téri képességek vizsgálata papír alapú és online tesztekkel. *Magyar Pedagógia*, 115. (2.). 67–92

Hejný, M et al.(1990). *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo.

Mező, F. (2022). Fogalomalkotó gondolkodást fejlesztő gyakorlatok az OXIPO-modell

aspektusából. *OxIPO -Interdiszciplináris e - folyóirat*, 4. (3.). 43-45. Doi [10.35405/OXIPO.2022.3.43](https://doi.org/10.35405/OXIPO.2022.3.43)

Nagy, J. (2003). Az eredményesebb képességfejlesztés feltételeiről, *Iskolakultúra*, 13 (8.). 40-52

Nakonečný,M. (1998). *Základy psychologie*. Praha: Academia, 330-332.

Rumanová,L.(2020). Bádateľská aktivita vo vyučovaní geometrie na základnej škole a postrehy učiteľov k danej aktivite. *Acta Mathematica Nitriensia*, 6 (2). 18-23.

Tóth, A., Žitný, R.,Szabó, T., Csáky, A. & Kárpáti, A.(2020). *Possibilities of development of spatial imagination, Proceedings of ICERI2020 Conference*. 565-573.