

**PORTFÓLIÓ MENEDZSMENT ÉS OPTIMALIZÁLÁS A BUDAPESTI ÉRTÉKTŐZS-  
DE ADATAI FELHASZNÁLÁSÁVAL**PORTFOLIO MANAGEMENT AND OPTIMIZATION USING BUDAPEST STOCK EX-  
CHANGE'S DATA*Drahos Beáta*Debreceni Egyetem, Gazdálkodástudományi és Vidékfejlesztési Kar  
Számvitel MA szak II. évfolyam**ÖSSZEFOGLALÁS**

A 2008-ban világméretűvé vált pénzügyi-gazdasági válság jelentős mozgásokat indított el a pénzügyi piacokon. A megnövekedett volatilitás miatt még inkább előtérbe került az értékpapír portfóliókkal való foglalkozás, az optimális portfóliók összeállításának kérdése. A portfóliók összeállításánál a befektetői bizonytalanság miatt a korábbiaknál is körültekintőbben kell eljárni, és csökkenteni kell azok kockázatát. Dolgozatomban, a portfólió menedzsmenthez kapcsolódó szakirodalom és a szabad forráskódú, ingyenes R statisztikai rendszer felhasználásával, a Budapesti Értéktőzsde részvénykereskedési adataira támaszkodva mutatom be optimális portfóliók összeállítását.

A dolgozatban elvégzett számításokhoz a Budapesti Értéktőzsde 12 „A” kategóriás részvényeit, valamint a BUX indexet használtam fel a 1998.01.01.-2010.12.31. közötti időszakra vonatkozóan.

Az optimális portfóliók összeállítása előtt célszerű az egyes értékpapírok viselkedéséről, a tőzsdei indexre gyakorolt hatásokról is információt szerezni. Ezen információk előállításához, a hagyományos – az ún. gyakorisági statisztika - összefüggésvizsgálat és Bayes-statisztika által nyújtott lehetőségek kombinációját használtam fel. A két módszer kombinálásával az együtthatók pontosabb becslését lehet előállítani, illetve a kapott eredmények jobb előrejelzést tesznek lehetővé.

*Kulcsszavak: Bayes-statisztika, optimalizálás, portfólió*

**ABSTRACT**

The financial crisis, escalated to a global scale in 2008, generated major shifts in the financial markets. The increased volatility reinstated the question of how an optimal portfolio should be structured. Due to the investors' uncertainty, assembling a stock-market portfolio requires deeper investigation and a more prudent approach than ever before to minimize the inherent risks such a portfolio might carry. In my thesis, based on the professional resources of portfolio management, the freely available R-statistics software, I will introduce the models of assembling an optimal portfolio by relying on the share-trading database of the Budapest Stock Exchange.

In order to carry all the calculations out that can be found in the thesis I utilized the data available on 12 "A-Category" shares and the BUX index from 01.01.1998 to 31.12.2010. Prior to assembling an optimal portfolio, however, is crucial to gather data on the behaviour of individual shares and their impact on the given stock market index. To come up with all these information I employed the combination of the traditional frequency and regression analysis and the theoretical opportunities provided by the Bayesian-statistics. The combination of the two above methods offers a more precise estimation of the coefficients and the final results pave the way for a more accurate anticipation.

*Keywords: Bayes-statistics, optimization, portfolio*

## BEVEZETÉS

A dolgozatban elvégzendő számításokban felhasználok az ún. Bayes-statisztika eredményeit, illetve azoknak az R statisztikai rendszerben meglévő implementációit. A Bayes-paradigma lényege az adatokból történő tanulás. HORVÁTHNÉ (2001) úgy közelíti meg, hogy „a bayes-i statisztikában lehetővé válik a szubjektív vélemények egzakt kezelése a szubjektív valószínűségek használatával. A bayes-i becslésben a becsléni kívánt paraméter nem egy rögzített érték, hanem valószínűségi változó.” (HORVÁTHNÉ, 2001, 220.p.)

A módszer elterjedése egyenes arányban van a számítástechnika és az ehhez kapcsolódó szimulációs megoldások rohamos fejlődésével, ugyanis csak így vált lehetővé a kidolgozott módszertan megfelelő használata. VÁRPALOTAI (2007) dolgozatában a következőképpen fogalmaz: „Némi túlzással azt lehetne mondani, hogy csak egyedül e szabály ismerete elegendő a Bayes-i elemzések elvégzéséhez, a többi már "csak" aritmetika.”

A szimulációs modellek lehetővé teszik a portfóliók alaposabb elemzését, illetve a modellben szereplő értékpapírokhoz kapcsolódó érzékenységvizsgálatok elvégzését is. A dolgozatban összehasonlítom a rendelkezésre álló módszerekkel kapott eredményeket.

A kutatómunka célkitűzése, hogy a Budapesti Értéktőzsde kiválasztott A részvényei és a BUX index adatai segítségével olyan számítások elvégzése, amelyek előrejelzést és iránymutatást adhatnak a jövőbeli portfóliók kezelésében és optimalizálásában, magyarországi viszonylatban.

## ANYAG ÉS MÓDSZER

BÉLYÁ CZ (2009) a portfólió képzését három lépésből álló folyamatként írja le:

1. lépés: Optimális kockázat-megtérülés kombinációk azonosítása.
2. lépés: Figyelembe veszik a kockázatmentes eszközök hatását a hatékony határvonalra. A kölcsönfelvételi és kölcsönadási lehetőségek bevezetése a kockázatos eszközök optimális portfóliójához vezet.
3. lépés: Kiválasztják a végső portfóliót, amely a befektetők preferenciáihoz igazodva tartalmazza a kockázatos eszközök optimális portfólióját és kockázatmentes eszközt.

Az optimalizáció pedig a pénzügy különböző területein elég gyakran használt fogalom. Harry Markowitz úttörő munkája is bizonyítja, hogy pénzügyi döntéshozatal során lényeges kérdés az optimális kompromisszum elérése a hozam és kockázat között. A Markowitz-féle modell két egymásnak ellentmondó célt tűz ki, azaz a várható értéket maximalizálni, míg a kockázatot minimalizálni kellene. Ugyanakkor ezt a két feltételt egyszerre nem lehet teljesíteni, de a modell arra törekszik, hogy a várható értéket úgy maximalizáljuk, hogy a kockázat ne legyen túl magas. (FABOZZI et al., 2007, LOSONCZI, 2011)

A számításokat az R statisztikai rendszerben végeztem el. Az R rendszer egy szabad forráskódú ingyenes statisztikai rendszer, amely igen sok modullal (csomaggal) rendelkezik, köztük pénzügyi modulokkal is. Az R statisztikai rendszerhez készült Rmetrics „fPortfolio” csomag olyan funkciók gyűjteménye, amellyel optimális portfóliók alkothatók, illetve elemezhetők különböző nézőpontokból. Az fPortfolioval portfólió kiválasztás és optimalizáció is végezhető.

Az adatokat a [www.bet.hu](http://www.bet.hu) honlapról Excel-fájlban lehet letölteni, amiben az adatok csoportosítása és előfeldolgozása is elvégezhető. Mivel az Excel táblázatkezelő program az R statisztikai rendszerrel összekapcsolható (RExcel), ezért a különböző statisztikai számítások is elvégezhetők az Excelből. (HEIBERGER-NEUWIRTH, 2009)

A programcsomagban szereplő funkciók, amelyeket bemutatok a publikációm során

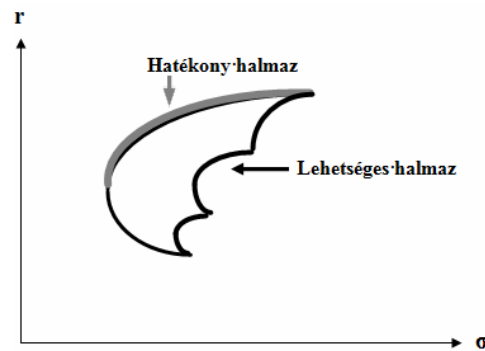
- covEstimator: kovariancia (minta) becslés
- kendallEstimator: Kendall-rang becslés
- spearmanEstimator: Spearman-rang becslés

- mcdEstimator: MCD (Minimum Covariance Determinant), minimum kovarianciát meghatározó becslés
- mveEstimator: MVE (Minimum Value Ellipsoid), minimum mennyiségi ellipszoidot meghatározó becslés
- covOGKEstimator: OGK (Orthogonalized Gnanadesikan-Kettenring) becslés, amely előírja a „covOGK” robusztusságát
- shrinkEstimator: csökkenő/zsugorodó kovariancia becslés (Wuertz - Rmetrics Core Team, 2011, WÜRTZ et al., 2009)

### EREDMÉNYEK

A módszertani részben bemutatott portfólió összeállítási lehetőségeket felhasználva készítettem számításokat az fPortfolio R statisztika rendszerbeli programcsomag különböző számítási lehetőségeinek felhasználásával. Valamennyi számítási lehetőség esetében a módszertani részben említett mind a 7 módszert felhasználtam.

Először az fPortfolio csomag 'efficientPortfolio' (hatékony portfólió) modulját használtam a portfólió összeállításához. Ez az eljárás egy olyan portfóliót állít elő, amelyik a hatékony határvonalon (hatékony halmazon) fekszik. A hatékony portfóliók görbéje azon portfóliók halmazának grafikus ábrája, amelyek a portfólió kockázatának egyes szintjei mellett maximális hozamot nyújtanak. (1. ábra) A racionális befektető a hatékony portfóliók görbéjéről választ portfóliót. (ILLÉSNE, 2002)



1. ábra: A lehetséges és a hatékony portfóliók halmaza

Forrás: BREALEY-MYERS, 2005, 159.p.

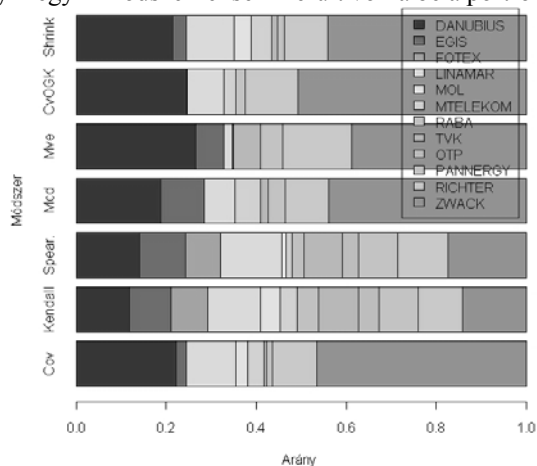
A számítás eredményeit az 1. táblázatban és a 2. ábrán mutatom be. Az 1. táblázatból látható, hogy az átlag, vagyis a portfóliók hozama, minden módszer esetében ugyanaz. Viszonylag kicsik az eltérések a kovariancia esetében is. A VaR és a CVaR értékek is elég kicsi intervallumban mozognak. A VaR érték megadja, hogy meghatározott időtartamra vonatkozóan, és adott megbízhatósági szint mellett mekkora egy portfólió lehetséges legnagyobb várható vesztesége. A példában jelentősebb eltérés csak a Kendall és a Spearman becslés esetében van, a többi becslés értéke nem tér el egymástól nagymértékben. A végső cél, hogy a portfóliókezelő adott VaR-érték figyelembevételével a lehető legnagyobb várható hozamot érje el. CVaR pedig az az érték, ami kedvezőtlen esemény bekövetkeztekor várhatóan realizálódni fog. Az 1. táblázatból látható, hogy a CVaR értékek is eléggé hasonlóak, de ennél a mutatónál is a Kendall és a Spearman becslés mutat nagyobb eltérést, amely valószínűleg az igen eltérő szigma értékkel magyarázható, vagyis a sokkal nagyobb kockázattal.

Részvény	Cov	Kendall	Spear.	Mcd	Mve	CovOGK	Shrink
DANUBIUS	22,24%	11,73%	14,03%	18,83%	26,57%	24,50%	21,41%
EGIS	2,31%	9,35%	10,31%	9,63%	6,19%	0,19%	3,07%
FOTEX	0,00%	8,14%	7,78%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LINAMAR	10,98%	11,66%	13,54%	6,84%	1,89%	8,11%	10,65%
MOL	2,49%	4,33%	0,97%	0,00%	0,00%	0,00%	3,70%
MTELEKOM	3,77%	3,79%	1,33%	5,60%	0,25%	2,64%	4,53%
RABA	0,00%	4,83%	2,66%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TVK	0,45%	8,81%	8,47%	1,74%	6,11%	0,00%	1,39%
OTP	0,00%	4,60%	3,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PANNERGY	1,33%	8,78%	8,76%	3,83%	4,77%	2,06%	1,60%
RICHTER	9,94%	9,81%	11,17%	9,66%	15,41%	11,81%	9,53%
ZWACK	46,49%	14,16%	17,36%	43,87%	38,81%	50,69%	44,13%
<b>Statistikai jellemzők</b>							
Átlag	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072
Kovariancia	0,0551	0,0677	0,0661	0,0559	0,0569	0,0553	0,0551
Szigma	0,0551	81,6986	26,9583	0,0384	0,0394	0,0461	0,0538
CVAR	0,1174	0,1604	0,1574	0,1178	0,1263	0,1180	0,1177
VAR	0,0793	0,0959	0,0944	0,0744	0,0854	0,0789	0,0786

1. táblázat: Az 'efficientPortfolio' eljárással kapott eredmények

Forrás: saját számítás

A 2. ábrából és az 1. táblázatból az is jól látható, hogy a módszerek többsége esetében a ZWACK, a DANUBIUS, a RICHTER és a LINAMAR részvények a legmeghatározóbbak a portfóliókban. Persze kisebb-nagyobb eltérések vannak a módszerek által összeállított portfóliók belüli arányokban. Az ábrából az egyértelműen megállapítható, hogy a ZWACK a 7 módszerből 5 esetben eléri vagy meghaladja a 40 %-os arányt a portfólióban. A modellben olyan részvény nincsen amelyik egyik módszernél sem került volna be a portfólióba.



2. ábra: Az 'efficientPortfolio' modullal kapott portfóliók

Forrás: saját szerkesztés

A következő fPortfolio eljárás, amellyel számítást végeztem a 'tangencyPortfolio' volt. Ez az eljárás a legmagasabb hozam/kockázat arányt keresi, azaz olyan portfóliót állít össze, amely ennek a kritériumnak megfelel. Az eredményeket a 2. táblázat és a 3. ábra tartalmazza.

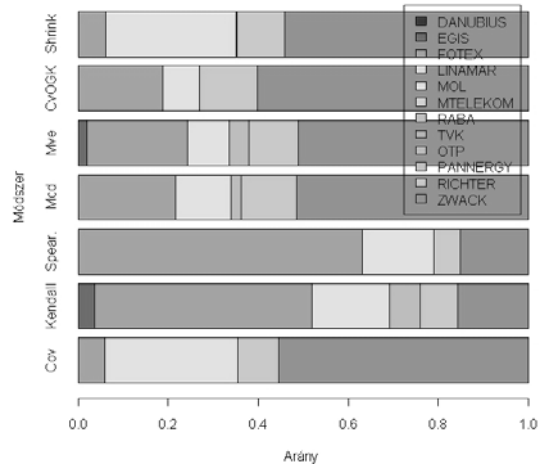
Részvény	Cov	Kendall	Spear.	Mcd	Mve	CvOGK	Shrink
DANUBIUS	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EGIS	0,00%	3,75%	0,00%	0,00%	1,93%	0,00%	0,00%
FOTEX	6,02%	48,25%	63,03%	21,72%	22,41%	18,75%	6,24%
LINAMAR	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
MOL	29,39%	17,16%	16,01%	12,18%	9,33%	8,21%	28,78%
MTELEKOM	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
RABA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TVK	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
OTP	0,00%	6,86%	0,00%	2,24%	4,35%	0,00%	0,23%
PANNERGY	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
RICHTER	9,15%	8,22%	5,76%	12,42%	10,91%	12,92%	10,69%
ZWACK	55,45%	15,76%	15,20%	51,44%	51,06%	60,12%	54,07%
<b>Statisztikai jellemzők</b>							
<b>Átlag</b>	0,0124	0,0167	0,0181	0,0135	0,0135	0,0130	0,0124
<b>Kovariancia</b>	0,0124	0,0167	0,0181	0,0135	0,0135	0,0130	0,0124
<b>Szigma</b>	0,0651	0,1285	0,1551	0,0795	0,0809	0,0751	0,0652
<b>CVAR</b>	0,0651	107,1175	35,8992	0,0512	0,0510	0,0575	0,0639
<b>VAR</b>	0,1357	0,1948	0,2047	0,1427	0,1454	0,1361	0,1364

2. táblázat: A 'tangencyPortfolio' eljárással kapott eredmények

Forrás: saját számítás

Ennél az eljárásnál már nem egyeznek meg az átlagértékek, vagyis a hozamok. A szigma, a VaR és a CVaR mutatók esetében a legnagyobb eltérés ennél az eljárásnál is a Kendall és a Spearman becsléseknél jelentkezik. A különbség az előző eljáráshoz képest az, hogy amíg ott a kiugró érték a szigmánál keletkezett, addig ennél az eljárásnál a kiemelkedő értékek a CVaR mutatónál vannak. Azaz a Kendall és a Spearman módszer kedvezőtlen körülmények bekövetkezése esetére jóval nagyobb hozamváltozással reagál.

A másik jelentős eltérés, ami a 3. ábrán jól látható, hogy a portfólió kialakításában 4 részvény játszik nagyobb szerepet, közülük azonban három a meghatározó, a ZWACK, a FOTEX és a MOL. Megállapítható, hogy az előző eljáráshoz képest változott a részvények köre, de továbbra is kiemelkedő szerepe van a ZWACK részvénynek, amely hasonló súllyal szerepel, mint az előző eljárás alkalmazásakor. Fontos azonban megjegyezni, hogy ennél az eljárásnál a részvények fele az, amely egyik módszernél sem került be a portfólióba: DANUBIUS, LINAMAR, MTELEKOM, RABA, TVK, PANNERGY. A LINAMAR az előző eljárásnál még a meghatározó részvények között szerepelt, itt pedig be sem került a portfólióba. Megállapítható, hogy ezeknek a részvényeknek nem megfelelő hozam/kockázat arány mutatója.



3. ábra: A 'tangencyPortfolio' modullal kapott portfóliók

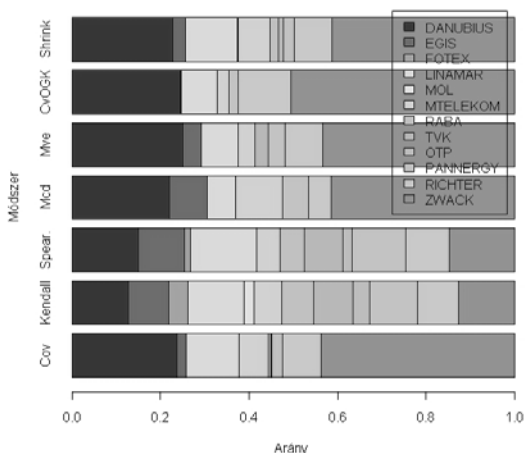
Forrás: saját szerkesztés

A következő alkalmazott eljárás a 'minvariancePortfolio', amely a globálisan minimális kockázatú portfóliót jelenti. Globálisan minimálisnak nevezzük azt a portfóliót, amely abban a pontban található, ahonnan a hatékony határvonal elindul, azaz a lehetséges portfólió halmazt burkoló görbe legbaloldalibb pontja. Ez az eljárás lényegében az 'efficientPortfolio' minimumának a megkeresésének felel meg. A számítási eredményeket a 3. táblázat és a 4. ábra tartalmazza.

Részvény	Cov	Kendall	Spear.	Mcd	Mve	CvOGK	Shrink
DANUBIUS	23,75%	12,79%	15,11%	21,98%	25,10%	24,54%	22,82%
EGIS	2,13%	9,11%	10,29%	8,61%	4,16%	0,18%	2,82%
FOTEX	0,00%	4,22%	1,28%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LINAMAR	11,86%	12,79%	15,07%	6,35%	8,20%	8,12%	11,64%
MOL	0,00%	2,30%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,23%
MTELEKOM	6,53%	6,20%	5,21%	10,59%	3,86%	2,68%	7,26%
RABA	0,61%	7,10%	5,53%	0,00%	0,00%	0,00%	1,90%
TVK	0,23%	9,02%	8,79%	0,00%	3,05%	0,00%	1,10%
OTP	0,00%	3,72%	2,08%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PANNERGY	2,43%	10,84%	11,93%	5,87%	3,84%	2,10%	2,50%
RICHTER	8,65%	9,14%	9,90%	5,23%	8,37%	11,77%	8,51%
ZWACK	43,80%	12,77%	14,79%	41,37%	43,42%	50,61%	41,21%
<b>Statistikai jellemzők</b>							
Átlag	0,0064	0,0056	0,0050	0,0062	0,0067	0,0072	0,0062
Kovariancia	0,0064	0,0056	0,0050	0,0062	0,0067	0,0072	0,0062
Szigma	0,0549	0,0649	0,0622	0,0558	0,0552	0,0553	0,0550
CVAR	0,0549	81,2738	26,7553	0,0379	0,0398	0,0461	0,0536
VAR	0,1181	0,1603	0,1575	0,1192	0,1185	0,1180	0,1193

3. táblázat: A 'minvariancePortfolio' eljárással kapott eredmények

Forrás: saját számítás



4. ábra: A 'minvariancePortfolio' modullal kapott portfóliók

Forrás: saját szerkesztés

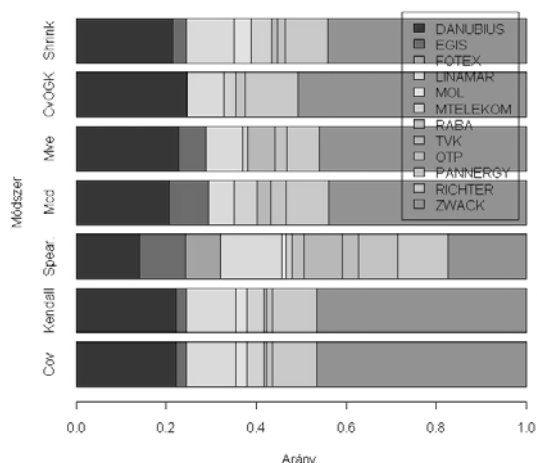
Kiemelendő, hogy a ZWACK mindhárom eddigi számításban kiemelkedő helyen szerepel.

Az utolsó eljárás, amelyet felhasználtam a rendelkezésre állók közül a 'maxreturnPortfolio', amely egy rögzített kockázat melletti maximális hozamot határoz meg. A számítás eredményei az 4. táblázatban és az 5. ábrán láthatóak. Ennél az eljárásnál sincsen olyan részvény, amelyik valamelyik módszernél ne szerepelne. Itt is a ZWACK, a Danubius, amelyek legnagyobb arányban szerepelnek a portfólióban. Ugyanakkor a LINAMAR és a RICHTER mellet viszonylag nagyobb súlyt kap az EGIS is.

Részvény	Cov	Kendall	Spear.	Mcd	Mve	CvOGK	Shrink
DANUBIUS	22,24%	22,24%	14,03%	20,64%	22,76%	24,50%	21,41%
EGIS	2,31%	2,31%	10,31%	8,80%	6,05%	0,19%	3,07%
FOTEX	0,00%	0,00%	7,78%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LINAMAR	10,98%	10,98%	13,54%	5,69%	8,26%	8,11%	10,65%
MOL	2,49%	2,49%	0,97%	0,00%	0,00%	0,00%	3,70%
MTELEKOM	3,77%	3,77%	1,33%	5,10%	1,13%	2,64%	4,53%
RABA	0,00%	0,00%	2,66%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TVK	0,45%	0,45%	8,47%	2,96%	6,01%	0,00%	1,39%
OTP	0,00%	0,00%	3,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PANNERGY	1,33%	1,33%	8,76%	3,43%	2,61%	2,06%	1,60%
RICHTER	9,94%	9,94%	11,17%	9,45%	7,22%	11,81%	9,53%
ZWACK	46,49%	46,49%	17,36%	43,93%	45,96%	50,69%	44,13%
<b>Statisztikai jellemzők</b>							
Átlag	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072
Kovariancia	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072	0,0072
Szigma	0,0551	0,0551	0,0661	0,0558	0,0555	0,0553	0,0551
CVAR	0,0551	0,0551	26,9583	0,0386	0,0349	0,0461	0,0538
VAR	0,1174	0,1174	0,1574	0,1172	0,1176	0,1180	0,1177

4. táblázat: A 'maxreturnPortfolio' eljárással kapott eredmények

Forrás: saját számítás



5. ábra: A 'maxreturnPortfolio' modullal kapott portfóliók

Forrás: saját szerkesztés

A korábban használt módszerek egy szimulációs eljárásba is beépíthetők, amelynek keretében lehetőség van a portfólióban részvényenkénti súlyainak meghatározására a célhozammal és a kockázattal összefüggésben. A program a 50 portfólió változatot állít elő. A célhozam, mind az 50 változatot és minden módszert figyelembe véve, minden esetben  $-0,00027$  és  $0,0215$  közé esik. Ez azt jelenti, hogy az átlag-variancia kritérium valamennyi módszernél ugyanúgy érvényesül, ugyanakkor a portfóliók összetétele különbözik, ami a szórások értékeinek különbözőségében jelenik meg.

Az eredményeket megvizsgálva, azt láthatjuk (6. ábra), hogy a két szélsőséges értéket akkor kapjuk, amikor csak 1 részvény szerepel 100%-os súllyal, a legkisebb értékhez a FOTEX részvény esetében ( $-0,0027$ ), a legnagyobb értékhez pedig a RICHTER részvényt ( $0,0215$ ) jutunk, ami mindegyik módszernél megegyezik. Látható, hogy attól függően, hogy melyik módszerrel végezzük a becslést, az átlagok ugyanazt az értéket veszik fel, de más és más részvénysúlyokat kapunk eredményül a portfólióban, amely eltérést az egyes részvényekre vonatkozó szórás eltérése magyarázza. (5. táblázat)

Sorszám	Átlag
1	-0,0027
13	0,0034
25	0,0094
37	0,0155
50	0,0215

5. táblázat: A portfólió hozamok

Forrás: saját számítás

A 6. táblázat a különböző módszerrel végzett számítások CVAR értékeit tartalmazza. A táblázatból látható, hogy igazán jelentős eltérések az egyes módszerekkel előállított értékek között nincsen. A maximális érték pedig minden módszer esetében megegyezik.

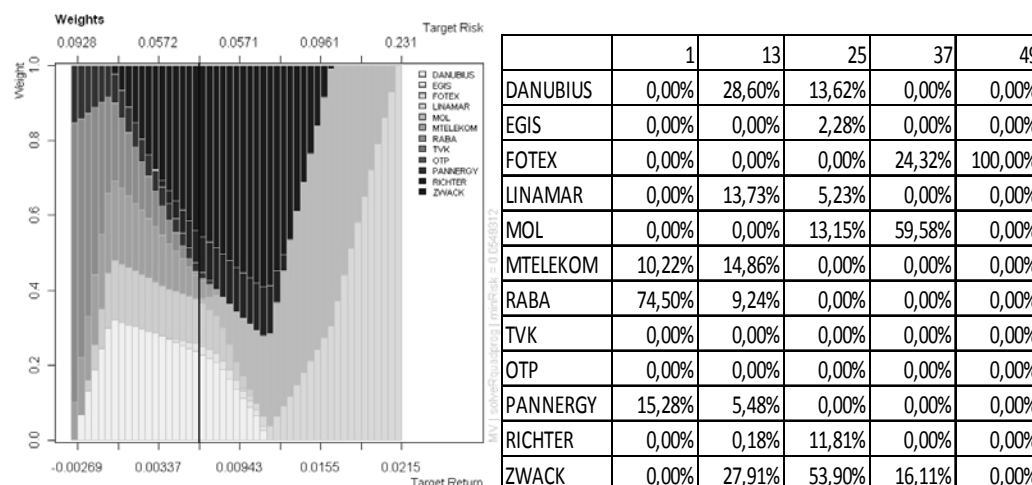


Sor-szám	covEstimator	kendall-Estimátor	spearman-Estimátor	mcd-Estimátor	Mve-Estimátor	covOGK-Estimátor	shrink-Estimátor
1	0,1388	0,1366	0,1359	0,1334	0,1332	0,1333	0,1381
13	0,0840	0,0917	0,0916	0,0878	0,0914	0,0853	0,0841
25	0,0755	0,1035	0,1005	0,0747	0,0775	0,0731	0,0784
37	0,1255	0,1157	0,1134	0,1026	0,1040	0,1050	0,1240
50	0,1971	0,1971	0,1971	0,1971	0,1971	0,1971	0,1971

6. táblázat: A CVaR értékek az egyes módszerek esetén

Forrás: saját számítás

A 6. ábrán a szimulációval képzett 50 portfólió összetételét láthatjuk. Az ábrából jól látható, hogy mely részvények azok, amelyek szinte minden portfólióban előfordulnak és melyek azok, amelyek egyáltalán nem szerepelnek, vagy csak nagyon kis mértéket képviselnek. Az ábra mellett lévő táblázatban csak 5 portfólió szerepel. A program ebben a formában jeleníti meg az adatokat. Mivel a program az eredményeket egy objektumban tárolja, ezért lehetőség van további elemzésekre is. A program kiszámítja a szigma és a CVaR, valamint a kovariancia értékeket is. Az objektumból kiszedhető mind az ötven portfólió összetétel is. Ezek bemutatása jelentős mértékben megnövelné a dolgozat méretét, ezért ezeket a dolgozatban nem mutatom be.



6. ábra: A covEstimator becslés a 12 részvényre vonatkozóan

Forrás: saját számítás

A 6. ábra továbbá szemlélteti, hogy melyek azok a részvények, amelyek kis kockázatúak, így alacsony hozamúak: MTELEKOM, RABA, PANENERGY. Ahogyan emelkedik a kockázat, úgy rendeződik át a portfólió, vannak olyan részvények, amelyek ki-, más részvények bekerülnek a portfólióba. Ezek alapján közepes kockázatú részvények a DANUBIUS, MOL, RICHTER, ZWACK, magas kockázatú a FOTEX. Ez a befektetői döntéseket segíti, mivel látható az ábrából, hogy melyik részvény hogyan viselkedik.

KERTÉSZ (2006) a következőket írja az optimális portfólió összeállításáról különböző részvényekre vonatkozóan: „Éppen a portfólió optimalizálása miatt kulcsfontosságú, hogy összeha-

sonlítsuk a különböző részvények árfolyamainak mozgását. Nem érdemes olyan részvényeket a portfólióba választani, amelyek árfolyamai nagyon együtt mozognak, mert ezek nem csökkentik a kockázatot: ha az egyik ára zuhan, a másiké is fog.”

#### KÖVETKEZTETÉSEK ÉS JAVASLATOK

Napjainkban egyre nagyobb mértékben lehet tapasztalni, hogy a pénzügyi piacokon is a befektetők egymásra figyelnek, azaz egyre inkább meghatározóvá válik a viselkedésalapú döntéshozatal. Ezzel az a probléma, hogy így egyre jobban manipulálhatóvá válnak a piac szereplők és ez komoly kihatással lehet az egész gazdaságra is.

Az nem lehet figyelmen kívül hagyni, hogy az emberi tényező szerepe meghatározó, mivel a portfóliók közti választást a befektető (vagy az ő megbízottja) dönti el a befektetői attitűdje, kockázatviselési hajlandósága alapján. Ugyanakkor a statisztikai programok, így az R statisztikai rendszer is, megkönnyíti a pénzügyi szakemberek, az elemzők, a befektetők, illetve az érintettek munkáját, de egyértelmű, hogy nem tudja helyettesíteni azt. A különböző programok, módszerek, eljárások leegyszerűsíthetik a döntést, mivel ilyen bonyolult és időigényes számítások papír alapon történő elvégzése szinte lehetetlen. A program által generált alternatívák közötti döntés meghozatalához a hozzáértés, a szakértelem elengedhetetlen.

Az eljárásokat összehasonlítva a leginkább ajánlható a 'tangencyPortfolio', mert ez biztosítja a legjobb hozam/kockázat arányt, márpedig a portfólió menedzsment céljának annak kellene lennie, hogy maximalizáljuk az egységnyi kockázatra jutó hozamot. Ugyanakkor azt is látnunk kell, hogy ez adja a leginkább eltérő eredményt. A másik eljárás, amely ajánlható, az a 'maxreturnPortfólió', mert a befektetői hozam maximalizására tűzi ki célul, rögzített kockázattal mellett.

A felhasznált módszerek közül az elsőt (covEstimator), a negyediket (mcdEstimator) és az ötödiket (mveEstimator) javasolnám. A kendallEstimator és a spearmanEstimator minden esetben jelentősebben eltérő eredményt adott, mint a többi módszer, az utolsó két módszer (covOGKEstimator, shrinkEstimator) pedig nehezebben értelmezhető, mint a többiek.

#### FELHASZNÁLT IRODALOM

- (1) Bélyácz Iván (2009): Befektetési döntések megalapozása: befektetés, tőkepiac, kockázat. Aula Kiadó, Budapest, 77-140.p
- (2) Brealy, R. A. – Myers, S. C. (2005): Modern vállalati pénzügyek. Panem Könyvkiadó, Budapest. 159. p.
- (3) Fabozzi, F. J. – Kolm, P. N. – Pachamanova, D. A. – Focardi, S. D.(2007): Robust Portfolio Optimization and Management. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 257-258.p.
- (4) Heiberger R.M., Neuwirth E. (2009): R Through Excel. A Spreadsheet Interface for Statistics, Data Analysis, and Graphics, Springer, 323-330 p.
- (5)Horváth Jenőné Dr (2001): A Bayes statisztika és alkalmazása. Tudományos Évkönyv, BGF, Perfekt, Budapest, 218-226. p.
- (6) Illés Istvánné dr. (2002): Társaságok pénzügyei. SALDO Kiadó, Budapest
- (7) KERTÉSZ JÁNOS (2006): Súlyozott hálózatok: A tőzsdétől a mobiltelefonjáig. Magyar Tudomány, <http://www.matud.iif.hu/06nov/05.html>, Letöltés ideje: 2011. szeptember 20.
- (8) LOSONCZI LÁSZLÓ (2011): A Markowitz modell. Segédanyag az előadáshoz (<http://www.math.klte.hu/~losi/jegyzet/eco/Markowitz.pdf>, Letöltés ideje: 2011. szeptember 05.)
- (9) Popp VÁRPALOTAI VIKTOR (2007): Modern Bayes-i ökonometrián alapuló idősormodellek és empirikus elemzések. Corvinus Egyetem Közgazdasági Doktori Iskola, Budapest, 6-11.p.
- (10) WUERTZ, D. - RMETRICS CORE TEAM (2011): Rmetrics - Portfolio Selection and Optimization – ebook ([www.rmetrics.org](http://www.rmetrics.org)), 3-58.p
- (11) WÜRTZ, D. – CHALABI, Y. – CHEN, W. – ELLIS, A. (2009): Portfolio Optimization with R/Rmetrics. Finance Online GmbH, Zurich, 277-299. p.