

Madaras Lászlóné

Magyar matematikus hozzájárulása a modern algebra megszületéséhez

Lászlóné Madaras: Hungarian mathematician made contribution to the birth of modern algebra

Summary

The Kürschák's theory of evaluation is considered one of the most beautiful chapters of modern algebra. It was created in 1912 by József (Josef) Kürschák who had been presented the formal definition of valuation and formulated the axioms. By our paper we intend to retrace the scientifically work of Josef Kürschák, who was one of the great characters of Hungarian mathematical school. Two important events make this particularly timely: the anniversary of his 150th birthday and his outstanding scientifically results in international level. Besides he was a scientific teacher recognizing and assisting mathematical talents. One of the best-known mathematical competitions, the Kürschák competition keeps the memory of his name.

Keywords: modern algebra, theory of valuations, Kürschák-mosaic, scientific teacher, Kürschák-competitions.

ÖSSZEFOGLALÓ

A Kürschák-féle értékelésmélet a modern algebra egyik legszebb fejezetének tekinthető. Létrejött 1912-re tehető, amikor Kürschák József bemutatta az értékelés formális definícióját és megfogalmazta az axiómáit. Dolgozatunkkal a magyar matematikai iskola egyik nagy egyéniségének Kürschák Józsefnek a munkásságára kívánunk visszatekinteni. Két fontos esemény teszi ezt különösen időszerűvé: születésének 150. évfordulója és nemzetközi szinten is kiemelkedő tudományos eredményei. Mindezek mellett olyan tudós tanár volt, aki felismerte és segítette a matematikai tehetségeket. Az egyik legnevesebb matematikai verseny, a Kürschák-verseny őrzi a nevét.

Kulcsszavak: modern algebra, értékelésmélet, Kürschák-mozaiik, tudóstanár, Kürschák-versenyek.

1. A modern algebra kialakulása. Bevezetés

A modern algebra megszületését Bolyai János világraszóló felfedezése, a nem-euklideszi geometria létrejöttét készítette elő. A bolyai-féle hiperbolikus geometriával bebizonyosodott

ugyanis, hogy ha fel lehet építeni a korábban egyetlen geometriának hitt euklideszi geometriától alapvetően eltérő, új axiómákra épülő ellentmondásmentes geometriát, akkor létjogosultsága van új algebrai struktúrák létrehozásának is. Az absztrakt algebra kialakulása – mely főként Angliához köthető – jóval hosszabb időt vett igénybe, mint a geometria „gyors” átalakulása. Az új algebraikat tetszőleges matematikai objektumokra vonatkoztatva az új algebra formális deduktív rendszerré válhatott.

A témában az egyik legjelentősebb magyar algebrai eredménynek Kürschák József 1912-ben előadott algebrai dolgozatának értékelésméletét tekintik. Az értékelt testek elmélete c. híres dolgozatával sikerült megalapoznia a modern algebra egyik ágát, kutatási eredménye az algebrai számelmélet alapvető jelentőségű részévé vált.

2. 150 éve született Kürschák József (1864-1933) a magyar matematikai élet egyik kiemelkedő egyénisége.

Kürschák József 1864-ben született Budán, a Felvidékről felköltözött iparos családban.

Édesapját korán elvesztette, édesanyja nevelte fel testvérével együtt.

A kitűnő előmenetelű középiskolai tanulmányai után ábrázoló geometria tanára, Kreybig Lajos tanácsára 1881-től 1886-ig a Budapesti Tudományegyetem matematika-fizika szakán folytatott tanulmányokat, s 1888-ban megszerezve a tanári oklevelét. A Műegyetemen Hunyady Jenő előadásai és Kőnig Gyula szemináriumai voltak rá a legnagyobb hatással. Mesterének Kőnig Gyulát tekintette, az ő irányításával kezdett matematikai kutatásokba. Tőle tanulta meg azt is, hogy hogyan lehet a legtehetségesebb tanítványait önálló kutatásra ösztönözni. „Magam egész működésemhez tőle nyertem irányítást.” hangsúlyozta a Kőnig Gyuláról tartott emlékbeszédében.

Középiskolai tanárként Rozsnyón, Debrecenben, majd a budapesti V. kerületi főreáliskolában dolgozott. 1891-ben matematikából magántanári képesítést szerzett a budapesti Királyi József Műegyetemen, s egészen haláláig ott tanított. A kezdetekben a Műegyetem korrepetitora, később rendes tanára. Tanított analízist, algebrát, geometriát, differenciálgeometriát. Speciális szemináriumokat vezetett tanárjelölteknek (ennek volt a hallgatója pl. Kalmár László is), tartott órát építészmérnököknek és vegyészeknek.

1890-ben doktorált a budapesti tudományegyetemen matematika, elméleti és kísérleti fizika tárgyakból, 1891-ben habilitált. 1896-ban (32 évesen) levelező, 1914-ben rendes tagja lett az MTA III. Matematikai Osztályának. 1931-től haláláig a testület igazgatója, valamint a matematikai és természettudományi osztály titkára volt. 1896-tól jegyzőként részt vállalt a Matematikai és Fizikai Társulat munkájában. 1907-ben elnyerte a Holland Tudományos Társaság tiszteletbeli tagja címet.

1906 és 1909 között a műegyetemen dékáni, majd 1916 és 1918 között a rektori tisztséget is betöltötte. Emlékét a Műegyetem rektori tanácsstermében festmény, a H épületben pedig

a 406-os tanterem elnevezése és emléktáblája őrzi.

3. Tudományos munkássága

A Bolyaiak világraszóló matematikai eredményeit követően a magyar matematikai élet fellendülése a kiegyezés körüli években következett be, jó néhány matematikusunk tudományos pályája tehető erre az időszakra. Az iránymutatásukon felnövő Kürschák József mintegy 46 éven át folytatva kiemelkedő munkásságot – a 20. század első felének egyik legnagyobb matematikusává vált.

Publikációi a matematika széles körét átfogják. Témájuk szerint: geometria, algebra és számelmélet, analízis, matematikatörténet, Bolyai kutatás, megemlékezések, cikkek a Pallas Nagy Lexikonba, matematika tanárképzés és tudománypolitika, kitűzött feladatok és megoldásaik (Középiskolai Matematikai Lapok, Mathematikai és Fizikai Lapok), egyetemi jegyzet és a Matematikai Versenytetelek. Jellemző, hogy minden fontosabb cikke megjelent magyarul (pl. Mathematikai és Fizikai Lapok), és idegen nyelven (főképpen németül) is egy rangos külföldi folyóiratban (pl. Math. Annales, Crelle Journal).

Tudományos munkásságát jellemzi a matematikai igényesség, az egyszerűsítésre és általánosításra való törekvés, a mély és kristálytisza gondolkodás, az egyéni ötletes meglátások, az elemi és a felsőbb matematika határkérdései iránti vonzódás.

Már egyetemi hallgatóként is végzett tudományos munkát. Első dolgozatát: A körbe beírt és a kör körül írt sokszögekről (1887) még tanári diplomájának megszerzése előtt Kőnig Gyula mutatta be az MTA III. osztályának ülésén. Ebben új és szemléletes bizonyítását adta annak az ismert matematikai tételnek, hogy a körbe, illetve a kör köré írt konvex sokszögek közül a szabályos sokszögek területe a legnagyobb, illetve a legkisebb. Kürschák mutatta meg először, hogy a beírt szabályos sokszögek területe a csúcspontok számának növelésével monoton nő, a körülírtaké pedig monoton csökken. Nem tételezte fel automatikusan a szélsőérték létezését, – amit

korábban hallgatólagosan elfogadtak, – hanem be is bizonyította azt.

A körmérés története és elmélete című cikksorozata (I-IX., Math. és Phys. Lapok, 1892-1894) önálló kötetként is megállná a helyét. Részt vállalt Bolyai Farkas Tentamen című könyve 2. kiadásának előkészítésében, mely tartalmazza Bolyai Jánosnak a nemeuklidészi geometriáról szóló munkáját, az Appendixet is. A Francia Akadémia felkérésére ő írta meg J. Hadamard –dal együtt a matematikai tudományok enciklopédiájának számelmélettel foglalkozó első kötetét.

3.1 Nemzetközi hírvű tudományos eredményei

Nemzetközi visszhangot kiváltó legelismertebb matematikai eredménye a fentebb már említett Kürschák-féle értékelésméletet, melyet a Cambridge-ben 1912-ben megrendezett V. Nemzetközi Matematikai Kongresszuson mutatott be. Ezzel a szülőatyja lett a 20. század első felében kifejlődött modern algebra egyik legszebb és igen hasznos elméletének – az ún. értékelés elméletnek. Minden modern algebrával foglalkozó monográfiában megtalálhatjuk a nevét. Eredményeit A határértékképzés és testelmélet (1912) című cikkében az MTA-an is bemutatta, majd 1913-ban megjelent németül a Crelle Journalban is „Über Limesbildung und allgemeine Körpertheorie” címmel. Ebben olvashatjuk Kürschák alapvető fogalmát az értékelésről, amelyet olyan nemnegatív valós értékű függvénynek tekint, $a \mapsto \|a\|$, amely kielégíti

a következő három axiómát:

$\|a\| = 0$ akkor és csakis akkor, ha $a = 0$

$\|1 + a\| \leq 1 + \|a\|$ min den $a \in K$ esetén

$\|ab\| = \|a\| \cdot \|b\|$ min den $a, b \in K$ esetén.

Kürschák egy test értékelésének fogalmát az abszolút érték fogalmának az általánosításaként vezette be, mely nélkül a testek nem rendezhetők. Az értékelést egy olyan φ leképezésnek tekintette, amely egy adott T testből egy S elrendezett testbe (amely többnyire racionális vagy valós számtest)

irányul és rendelkezik az abszolút érték jól ismert tulajdonságaival.

Definíciója: Egy $\varphi: T \rightarrow S, a \mapsto \varphi(a)$ leképezést a T test értékelésének nevezünk, ha teljesülnek rá a következők:

$$\varphi(a) > 0, \text{ ha } a \neq 0 \text{ és } \varphi(0) = 0,$$

$$\varphi(a + b) \leq \varphi(a) + \varphi(b),$$

$$\varphi(ab) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$$

Ekkor a T -t értékelt testnek nevezzük. Ha $T=Q$, akkor $\varphi(a) = |a|$ az abszolút érték értékelés.

(Az értékelésmélettel itt nem kívánunk részletesebben foglalkozni. Lásd erről Rédei László: Algebra c. monográfiát. Akadémiai Kiadó, [Budapest](#), 1954)

Kürschákot ezért az eredményéért választották meg az MTA rendes tagjává 1914-ben. 1922-ben V. D. Gokhale: Concerning Compact Kürschak's Fields című, az American Journal of a Mathematics folyóiratban (Vol. 44. No 4) megjelent cikkében az értékelt testet Kürschák-féle testnek nevezte el. Az elméletet A. Ostrowski fejlesztette tovább.

Kürschák egy másik nemzetközi feltűnést kiváltó eredménye a szerkesztésmélet témájához kapcsolódott. A matematikusokat már régóta foglalkoztatta a szerkesztéseknek az egyszerűsítése. Közismert, hogy az euklideszi szerkesztések egy körző és egy vonalzó segítségével Mohr (1672) és Mascheroni (1797) megmutatták, hogy minden egyenes vonalzóval és körzővel elvégezhető euklideszi szerkesztés megoldható csak körzővel is.

David Hilbert a témában azt a kérdést vizsgálta, hogy melyek azok a geometriai feladatok, amelyek megoldásához a vonalzón kívül csak hosszátvívó, vagyis olyan eszköz szükséges, amely tetszés szerinti szakaszoknak egy egyenesről tetszés szerinti másik egyenesre való átrakását teszi lehetővé. Azaz diszkrét szerkesztésekre szorítkozva a körzőt elegendő távolságmérésre és távolság felrakásra használni. Hilbert kimutatta, hogy az összes 1-4. axiómán alapuló ún. elemi geometriai alapszerkesztésekhez a körző elegendő az egyenes vonalzó mellett, ha a körzőt csak

távolság felmérésre, azaz távolság felrakásra használjuk.

Kürschák bebizonyította, hogy az ún. diszkrét szerkesztésekben a hosszátvivő egy alpmértékkel (egységgel) pótolható, vagyis a tetszőlegesen nyitható mérőkörző helyett elegendő az egyenes vonalzó mellett olyan merev körzőt használni, amely csak egy megszabott alpmérték áthelyezésére alkalmas (egységátrakó körző). Egyszerűsítése tehát abban áll, hogy az egyenes vonalzó mellett csak egy olyan eszköz kell, amely egy megszabott alpmérték az egység felrakására alkalmas.

Az egységátrakás (egyenes vonalzóval és merev egységkörzővel való geometriai szerkesztés), Das Streckenabtragen (Math. Ann. 1902), vagyis: A szakasz átrakás, Kürschák igen híres geometriai tárgyú dolgozata, mely mindössze másfél oldalas. A cikk a fentiek alapján David Hilbert: A geometria alapjai (Grundlagen der Geometrie, 1899) írt munkáját egészítette ki. Hilbertnek, a geometerek Bibliájának is nevezett, az euklideszi geometria axiomatikus felépítését tárgyaló könyvében a második kiadástól kezdve Kürschák eredménye megtalálható, nevének említésével és a dolgozat ábrájának közlésével együtt. Azóta a világ minden táján, minden geometriai axiomatikával foglalkozó könyvbe bekerült.

3.2 Munkásságának néhány kiemelkedő eredménye

M. Dehn munkásságának köszönhetően a 19. század végén elterjedt a két terület egyenlőségét átdarabolással történő igazolás módszere. Kürschák egyik világszerte ismert dolgozata: A szabályos tizenkétszögről (Math. és Phys. Lapok, 1898) ehhez a problémához kapcsolódik. A tétel azt mondja ki, hogy az r sugarú körbe írt szabályos tizenkétszög területe egyenlő a köré írt kör sugara fölé emelt négyzet területének háromszorosával, azaz egyenlő $3r^2$ -tel. Ebből a problémakörből alakult ki a Kürschák-féle csempézés vagy más néven, Kürschák-féle parkettázás. Lényege, hogy egységnyi oldalú szabályos háromszögekkel és 150 fokos szögű egységnyi egyenlő szárú háromszögekkel kicsempézhető egy szabályos tizenkétszög, és ugyanezzel a csempékészlettel

egy olyan négyzetnek pontosan a háromnegyede is, amely négyzet beírt köre azonos a tizenkétszög körülírt körével. Kürschák ezen miniatűrjéhez számos animációt készítettek.

A lóugrások számos problémájával eredetileg Euler kezdett el foglalkozni. Kürschák érdeklődését a téma iránt: „Solution d'une question curieuse, qui ne paroît soumise a aucune analyse” c. cikke keltette fel. Ennek kapcsán jutott arra az eredményre, hogy a végtelen sakktábla befutható lóugrások végtelen sorozatával úgy, hogy minden mezőre egyszer és csak egyszer lépünk. A Lóugrás a végtelen sakktáblán (Math. és Phys. Lapok, 1926) c. a cikke az 1926. évi XXX. Eötvös verseny 1. feladatához fűzött megjegyzéséhez kapcsolódott. Bemutatta az 5×5 mezős véges tábla lóugrással való befutását, illetve azt hogy hogyan lehet az 5×5 mezős tábláról a szomszédos 5×5 mezős táblára átugrani, vagyis hogyan lehet a végtelen 5×5 mezős táblát befutni. Így bebizonyította a fenti tételt, azaz: A végtelen sakktáblán bármely mezőről bármely másikat a lóugrások alkalmas sorozatával érhetjük el.

Felkeltette az érdeklődését a számelméletben nevezetes Waring-sejtés is, mely szerint minden pozitív egész szám előállítható véges számú n -edik hatvány összegeként. Néhány nappal Hilbert 1909-ben megjelent bizonyítása után sikerült lényegesen egyszerűsítene a bizonyítást.

Munkásságának fontos eredményei kapcsolódnak a variációs számításhoz is. Közismert, hogy a variációs számítás függvények – geometriailag görbék – közül keresi a bizonyos szempontból optimálisan viselkedőt. Kürscháknak, – aki a témában fellépő parciális differenciálegyenleteknél azt vizsgálta, hogy a bizonyos értelemben különböző variációs feladatok megoldása milyen feltételek mellett lesz azonos, – sikerült általánosítani egy Eulertól származó igen fontos tételt.

4. Matematikai versenyek, szerkesztések

Kürschák alapító tagja volt az 1891-ben létrejött Matematikai és Fizikai Társulatnak. A

Társulat lapjában, a Matematikai és Fizikai Lapokban számos matematikai diszciplínáról írt ismeretterjesztő közléseket. Egyik kezdeményezője volt annak a versenymozgalomnak, amit a Társulat 1894-ben indított útjára először. A matematikai tanulóversenyt később Eötvös-versenynek nevezték el. Az Eötvös versenyek ettől kezdve, a háborús évek kivételével, minden év őszi megrendezésre kerültek, s számos híressé vált matematikus vagy fizikus első eredményét ezeknek a versenyeknek köszönheti. Kürschák oroszánrészt vállalt a versenybizottság munkájában, bekapcsolódott a feladatok kitűzésébe és a dolgozatok értékelésébe is. Az ő érdeme, hogy a versenyek a magyar matematikai élet egyik legsikeresebb intézményévé váltak.

1929-ben „Matematikai Versenyképek” c. könyvében összegyűjtötte az 1894-1928 közötti első 32 versenyen kitűzött versenyfeladatokat. Ebben nemcsak felhasználta a díjnyertes tanulói megoldásokat, de néhány esetben pontosította, vagy az átlagoshoz közelebb állóval pótolta is azokat. „Nem egy pályadíjnyertes megoldás csak a lényegét nem érintő változtatásokra szorult, hogy tanulságul és mintául szolgálhasson e könyv fiatal olvasóinak. Ilyenkor átdolgozásom után is a megoldást a pályázó munkájának tekintetem és nevével közöltem”- olvashatjuk az Előszóban.

A versenyfeladatokhoz 38 jegyzetet készített, melyekben kiemelte az egyes témakörök új tudományos eredményeit, s megjelölte a matematika egyes ágaihoz történő kapcsolódási lehetőségeiket is, ösztönözve ezzel olvasóit a további kutatásokra. „A közölt megoldásokkal, valamint az ezekhez fűzött jegyzetekkel, melyek fokozatosan a matematika magasabb szféráiba vezetik az ifjú olvasót, oly munkát alkotott, amely bármely ország tudományos irodalmának díszéül szolgálhat, s amely arra van hivatva, hogy nagymértékben tökéletesítse középiskolai matematikai oktatásunkat.”- írta róla König Dénes 1933-ban, a Középiskolai Matematikai Lapokban megjelent nekrológban.

A Matematikai Versenyképek számos kiadást ért meg, sokan tartják a világ egyik legjobb

tehetséggondozó könyvének. Hozzájárult ahhoz, hogy a magyarok a nemzetközi versenyeken kiváló eredményeket érjenek el, s hogy Magyarország a 20. században egyféle „matematikai nagyhatalommá” nőjön. 1956-tól újabb, átdolgozott, és a későbbi évek versenyeivel bővített kiadásai jelentek meg. A Hajós – Neukomm – Surányi-féle átdolgozást angol nyelven Amerikában is kiadták „Hungarian Problems Book Based on Eötvös Competitions” címmel, majd ez alapján a világ számos nyelvére, románra, japánra és oroszra is lefordították.

A matematikai versenyek 1949 óta viselik a „Kürschák József matematikai emlékversenyt” nevet, s a kitűzött feladatokat röviden Kürschák feladatoknak nevezik. Emléket állítva ezzel annak a kiváló matematikusnak, aki talán a legtöbbet tette a matematikai tanulóversenyek ügyéért.

Kürschák 1902-től munkatársa lett a holland „Revue semestrielle des publications mathematiques”-nek, melyel először vált lehetővé, hogy a magyar nyelvű matematikai eredményeket nemzetközi szinten megismerjék. Szerkesztője volt a „Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn,” valamint a „Matematikai és Természettudományi Értesítő” c. folyóiratoknak.

5. Összefoglalás

Kürschák József nemcsak kiemelkedően tehetséges kutató volt, hanem a pedagógiát művészi szinten művelő, igazi tudós tanár is. Hat évig tanított középiskolában, de egész életében – még akadémikusként is – sokat tett a középiskolások tehetséggondozásáért. Az alkotó matematikai gondolkodással megáldott diákok felismerése és ösztönzése miatt nagy jelentőséget tulajdonított a középiskolai versenyeknek, melynek a mai napig ható eredménye a világhírű Matematikai versenyképek című könyve.

Pedagógiai célkitűzése nem korlátozódott a tehetséges diákok támogatására. Magas fokon tanította a matematikát, s példáján keresztül a diákok értelme mellett a jellemüket is

igyekezett formálni. Hallgatóságát nemcsak tanította, de egyben nevelte is kristálytiszta logikával megáldott magyarázataival, szabatos előadásmódjával.

Alapvető pedagógiai elve, hogy inkább kevesebbet tanítsunk, de azt úgy, hogy gondolkodásra, öntevékenységre serkentsen. Hitvallását jól mutatja a következő kijelentése: "A tudományból magam is igazán csak azt értettem meg, amit önállóan átgondoltam, vagy egy szerény lépéssel előbbre is vittem"

Tanítványai, mesterüket esetenként talán túl is szárnyalva nemcsak Magyarországon, de más európai, sőt néhány esetben még Európán kívüli földrészekén is bizonyítani tudtak. Néhányan közülük világhírnévre tettek szert, így például Neumann János a számítógépek atyja, Kőnig Dénes a gráfelmélet megteremtője vagy Teller Ede a hidrogénbomba atyja.

Kőnig Dénes jellemzése szerint "Kürschák József, mint ember, és mint tudós egyaránt méltó arra, hogy mintaképpül állítsuk a magyar ifjúság elé." (Kőnig 1933)

Elhivatottságára, példamutatására a legjobban az 1916/17-ben a Műegyetemen tartott rektori beszéde utal: "Ha bízunk önmagunkban és örömmel végezzük kötelességeinket, ha hivatásunkat nem tehernek, hanem erőink természetes érvényesítésének tekintjük, akkor nem maradhat el a siker."

Összefoglalóan Kürschák munkásságának jelentőségét – beleértve mesterének, Kőnig Gyulának a szerepét is – a legjobban talán Turán Pál fogalmazta meg: „A magyar matematikát európai szintre – eltekintve a Bolyaiak nagy jelentőségű, de a maguk korában teljesen visszhang nélkül maradt tevékenységétől – Kőnig Gyula és Kürschák József emelték fel.”

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1.] Alexanderson, G. L., Seydel K. (1978): Kürschák's tile The Mathematical Gazette, Vol. 62, No. 421, 192-196. p.
- [2.] Filep László (1983): Ötven éve halt meg Kürschák József (1864-1933) KöMaI, 97-100. p.
- [3.] Gray, J. (1997): Kőnig, Hadamard and Kürschák and abstract algebra Mathematical Intelligencer, Vol. 19, No 2.
- [4.] Gyarmathi László (1973): Kürschák József. A Debreceni Fazekas Gimnázium Éretesítője, 1973, 57-70. p.
- [5.] Hilbert, D. (1922): Grundlagen der Geometrie Berlin
- [6.] Kántor Sándorné (1983. december 4.): Kürschák József emlékezete Hajdú-Bihari Napló
- [7.] Kántor Sándorné (1986): Tudós matematikatanárok Hajdú, Szabolcs és Szolnok megye középiskoláiban, 1850-1948 Debrecen, 94-96. p.
- [8.] Kőnig Dénes (1933): Kürschák József (1864-1933) Középiskolai Matematika Lapok 1933. 8. szám
- [9.] J. Kürschák (1913): Über Limesbildung und allgemeine Körpertheorie, J. reine angew. Math. 142, 211-253. p.
- [10.] Kürschák József (1926): Az utolsó száz év a matematika történetéből Magyarországon. In: A Magyar Tudományos Akadémia első évszázada. Bp., 451-459. p.
- [11.] Markó László (Főszerk.) (2002.): Új magyar életrajzi lexikon III. (H-K). Bp., Magyar Könyvklub 1270-1271. p.
- [12.] Obláth Richárd (1954): Kürschák József Középiskolai Matematikai Lapok, 97-104. p.
- [13.] Rados Gusztáv (1934): Kürschák József emlékezete. Az MTA Elhunyt Tagjai fölött tartott Emlékbeszéd. 11. p.
- [14.] P. Roquette (2002): History of valuation theory I, in Valuation theory and its applications I, Fields Inst. Commun., 32, Amer. Math. Soc., Providence, 291-355. p.

- [15.] Schmidt Tamás (1983/84): Kürschák József algebrai munkásságáról. In: Matematikai Lapok 34 (4), 247-248. p.
- [16.] Stachó Lajos (1967): Kürschák József Műszaki Nagyaink, III. kötet, 241-279. p.
- [17.] Strommer Gyula (1983/87): Kürschák József (1864-1933), Matematikai Lapok 34 (4), 239-245. p.
- [18.] Szénássy Barna (1994): Kürschák József emlékezete. In: Debreceni Szemle II. 605-610. p.
- [19.] Tarsoly István (Főszerk.) (1999): Magyarország a XX. században IV. Tudomány – Műszaki és természettudományok. Szekszárd, Babits Kiadó, 21. p.