

Bakosi Balázs – Szűcs Ákos

## Piaci hatékonyság a 2008-as gazdasági világválság kapcsán

*Minden befektető számára központi kérdés az árfolyamok előre jelezhetősége. A modern pénzügyi szakirodalomban újra vita alakult ki a piaci hatékonyság helytállóságával kapcsolatban, főként a 2008-as gazdasági világválság kapcsán. Tanulmányunk célja, hogy kiderítsük a piaci hatékonyság elméletének helytállóságát a magyar, illetve – referenciaként felhasználva – az amerikai értékpapírokon. Vizsgálataink során klasszikusnak számító statisztikai eszközökön túl (autokorrelációs függvény, Ljung-Box teszt, Augmented Dickey-Fuller teszt) a szakirodalom újfajta megközelítéseit (variancia hányados teszt) is felhasználtunk. Az egyszerű hipotézisvizsgálatokon kívül igyekeztünk szétválasztani az eltérő jellegű idősorokat, illetve megmagyarázni a különböző viselkedések okait.*

**Journal of Economic Literature (JEL) kód:** G140

**Kulcsszavak:** piaci hatékonyság gyenge formája, véletlen bolyongás, töréspont, autokorreláció, egységgyök teszt (ADF), variancia hányados tesztek

A modern pénzügyi szakirodalomban újra vita alakult ki a piaci hatékonyság helytállóságával kapcsolatban, főként a 2008-as gazdasági világválság kapcsán. Több kritika is érte a gyenge formát. Egyes elemzők azt állítják, hogy ez bizonyos piacokon nem teljesül. Eugene F. Fama 2010-ben a *The New Yorker*-nek adott interjújában azonban továbbra is kiállt tézise (Fama 1970) mellett: „– So you still think that the market is highly efficient at the overall level too? – Yes. And if it isn't, it's going to be impossible to tell.”

A hatékony piacok gyenge formájának matematikai háttere a véletlen bolyongás. Legfőbb célunk a dolgozatban az volt, hogy megvizsgáljuk ennek feltételeit, továbbá összegyűjtünk, illetve optimalizáljunk egy olyan informatikai eszközrendszerrel, amellyel a piacok ezen tulajdonsága vizsgálható. Erre a statisztikai célokra általánosan használt, úgynevezett R programcsomagot (*R Core Team 2012*) használtuk. A főprogramba beépített metódusokon kívül további függvényeket és eljárásokat vehetnek igénybe a felhasználók kiegészítő csomagok formájában. A dolgozatban ezeket gyűjtöttük össze és egészítettük ki, hogy egy pontos és megalapozott eszközrendszerrel vizsgálhassuk a piaci hatékonyság gyenge formáját, illetve következtéseket vonjunk le erre vonatkozóan.

A 2008-as világválság óta többen is foglalkoznak a hatékonyság gyenge formájával. *Hamid és szerzőtársai (2010)*, valamint *Patel és szerzőtársai (2012)* munkájukban az ázsiai régió egyes piacain elvetették a hatékonyság gyenge formáját. *Enowbi és szerzőtársai (2009)* több afrikai országot tesztelve cáfolták meg a gyenge formát. *Borges (2008)* pedig az európai piacok esetében nem tudott egyértelmű következtetést levonni. Ezen vizsgálatok közös tulajdonsága, hogy hosszú (~10 év) időszakokat vizsgáltak. Az így levont következtetéseket azonban nem tartjuk minden esetben helyénvalónak, mivel a különböző pénzügyi számítások és becslések során leggyakrabban egy évet vagy annál rövidebb időszakot szokás vizsgálni. *Kim és szerzőtársai (2010)* a fenti állítás miatt bizonyos tesztek kismintás tulajdonságait javították, és a hosszabb idősorokat csúsztatott ablakos vizsgálatokkal elemezték. Ezt a módszert mi is alkalmaztuk dolgozatunkban.

Fontos megemlítenünk, hogy a szakirodalomban fellelhető vizsgálatok főként részvénytársasági indexekkel dolgoznak. Úgy gondoljuk, így nem lehet pontos következtetéseket levonni, mivel az értéktőzsdén szereplő részvényeknek külön-külön is teljesíteniük kell a hatékonyság feltételeit. Így a dolgozatban 8 darab, a magyar értéktőzsdén jegyzet részvényre végeztük el vizsgálatainkat (*Magyar árfolyamok 2012*), mintegy referenciaként pedig 15 amerikai részvény viselkedését vizsgáltuk meg (*Amerikai árfolyamok 2012*), 2006 januárjától 2010 decemberéig.

Mivel a szakirodalomban arra jutottak, hogy a gazdasági válságok, kormányzati bejelentések, politikai krízisek befolyásolják a hatékonyságot (*Kim és szerzőtársai 2010*), ezért első lépésben az árfolyamok struktúrájában lévő töréseket kerestük a Segment Neighbourhood (*Auger-Lawrence 1989*) algoritmussal, hogy az eltérő jellegű időszakokat külön kezelhessük. Az idősorok szétválasztásával a legfőbb cél a 2008-as válság előtti, alatti, illetve utáni eredmények összevetése volt.

A hatékonyság gyenge formájának matematikai háttere a véletlen bolyongás. A véletlen bolyongás feltételi többek között a hozamok normális eloszlása, homoszkedaszticitása, stacionaritása és autokorrelálatlansága. Az autokorreláció jelenlétét autokorrelációs függvényvel, pontdiagrammal és Ljung-Box teszttel (*Ljung-Boks 1978*) elemeztük. A stacionaritást az Augmented Dickey-Fuller teszttel figyeltük meg, valamint felhasználtunk a Variancia Hányados (VR) tesztek több fajtáját (*Lo-MacKinlay 2001; Wright 2000; Choi 1999*).

Ezen tesztek a fent említett kutatásokban is használták a gyenge forma tesztelésére. A legtöbb esetben azonban egy kutatáson belül csak néhányat alkalmaztak – *Kim és szerzőtársai (2010)* például csak a Variancia Hányados teszt eredményeiből vontak le következtetéseket –, így másik célunk az volt, hogy összegezzük a piaci hatékonyságra vonatkozó statisztikai eszközöket, eredményeiket pedig összehasonlítsuk. Számos szerző a véletlen bolyongás elvetése esetén kijelenti, hogy a piaci hatékonyság gyenge formája nem teljesül. A dolgozatban felhívjuk a figyelmet, hogy a tesztek negatív eredményei nem feltétlenül jelentik Fama állításának helytelenségét, melyre *Lo és MacKinlay (2001)* is rávilágítottak könyvükben. Ezt egy részvény példáján keresztül be is mutatjuk.

Vizsgálataink jelentőségét továbbá az adja, hogy a legtöbb pénzügyi modellszalád feltételezi az említett tulajdonságok valamelyikét. Így kiderülhet, hogy ezek gyakorlati felhasználása valóban helytálló-e.

A hipotézisvizsgálatok során minden esetben 95%-os konfidencia intervallum mellett történt a döntéshozatal, az eredmények meghatározására és az ábrák készítésére az R nevű nyílt forráskódú szoftvert (*R Core Team 2012*) használtuk.

### Töréspontok meghatározása

A hatékonyságra vonatkozó statisztikai vizsgálatokat megelőzően az értékpapírok viselkedésében lévő változások keresésére van szükség, hogy az eltérő viselkedésű időszakok külön kezelhetőek legyenek, és a későbbi vizsgálatok során az időszakok eltérő jellege miatt ne kapjunk félrevezető képet. A cél, hogy az esetleges hektikus időszakok elkülönüljenek és a további vizsgálatok ne vezessenek félrevezető eredményekre.

A részvényárfolyamok volatilitása időben nem állandó, melyre az úgynevezett ARCH (Engle 1982) modellek épülnek. Még a szakirodalomban nem jártas olvasó is sejtheti, hogy a 2008-as válság ideje alatt a loghozamok viselkedésében változás következett be. Ezen sejtés a Segment Neighbourhood (Killick és szerzőtársai 2012) algoritmus segítségével igazoljuk, valamint ezen hektikus időszak elejét és végét minél pontosabban igyekszünk meghatározni.

Az algoritmus paraméterezése során körültekintően kell eljárni, megfelelő mutatóval kell büntetni a modell túlillesztését<sup>1</sup>, illetve figyelembe kell venni azt is, hogy a loghozamok általában nem normális eloszlásúak<sup>2</sup>.

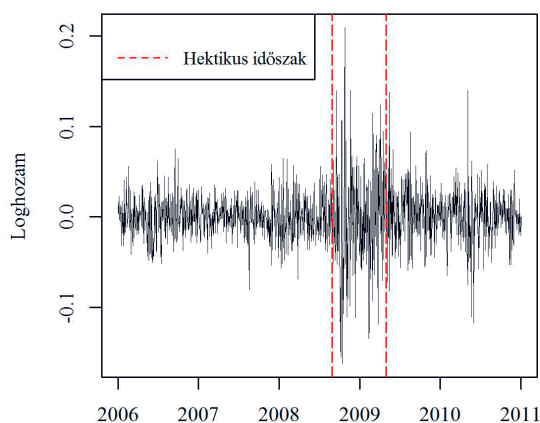
2008 szeptemberében és 2009 májusának közelében szinte az összes részvény esetében kimutathatóak töréspontok. A kapott eredményekre alapozva egységesen, az összes részvény időszora 3 időintervallumra bontható. Ezek a következők:

1. időszak: 2006. január 1. – 2008. augusztus 31. (nyugodt)
2. időszak: 2008. szeptember 1. – 2009. április 30. (hektikus)
3. időszak: 2009. május 1. – 2010. december 31. (nyugodt)

Könnyen észrevehető, hogy a 2. időszakban a variancia oly mértékben megnő – hektikussá válik az idősor (1. ábra) –, hogy ezt a periódust érdemes külön kezelni. A figyelmünket a tanulmány további részeiben a másik két időszakra helyezzük, ezért a hektikus időszakban csak az OTP és a Microsoft részvény viselkedését mutatjuk be.

1. ábra

Az OTP-részvény loghozamaiban lévő töréspontok  
(2006. 01. 01. – 2010. 12. 31.)



<sup>1</sup> Megfelelő lehet az AIC mutató (Akaike 1974).

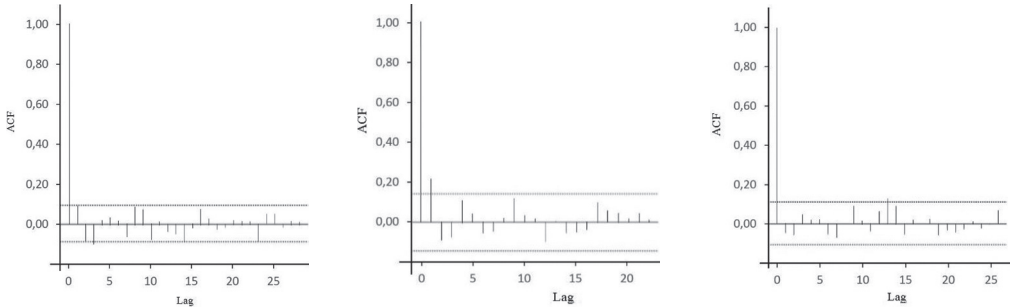
<sup>2</sup> Empirikus megfigyelésekből látható a vastag szélek jelensége és a normálistól csúcsosabb jelleg.

Az autokorreláció megfigyelésére olyan hagyományos statisztikai eszközöket használtunk fel (*Hamilton 1994*), mint az autokorrelációs függvény és a Ljung-Box teszt. Ezeket az eszközöket több tudományos munkában (*Enowbi és szerzőtársai 2009; Hamid és szerzőtársai 2010; Islam és szerzőtársai 2007*) is felhasználták már a hatékony piacok gyenge formájának tesztelésére. A számszerű vizsgálatokon felül az OTP-részvény pontdiagramján is megfigyelhető a loghozamok idősorában az autokorrelálatlanság.

A korrelogramokból látható, hogy 5%-os szignifikanciaszint mellett az OTP-részvények esetén az első időszakban nem található szignifikáns autokorreláció, míg a második, hektikus periódusban a loghozamok elsörendű pozitív autokorreláció jelenlétét mutatják (*2. ábra*). A 2009. május elsejétől 2010. december végéig tartó időszakban az első pár késleltetés esetén ez újra nem jelentős, de az OTP-nél a 13 lépéses autokorreláció szignifikánsnak bizonyul. Összességében az mondható, hogy a legtöbb részvény esetében (mindegyik időszakban) nem jellemző az autokorreláció jelenléte. Ez alól kivétel az American Express, a Danubius, a JP Morgan, a Microsoft és a Zwack részvénye, ahol első rendű negatív autokorreláció tapasztalható. Ennek egy lehetséges okát a Zwack esetében még részletesebben bemutatjuk a későbbiekben.

2. ábra

### Az OTP részvény korrelogramjai a három időszakra (2008. 09. 01. – 2010. 12. 31.)



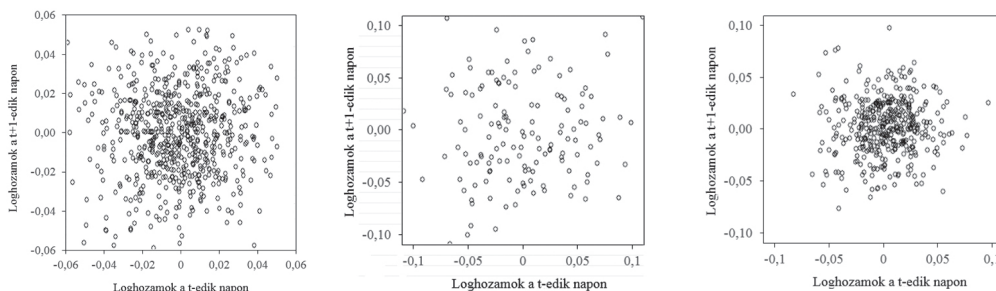
A kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszint mellett lettek ábrázolva, maximális késleltetés szám:  $10 \times \log_{10}(n)$ , ahol  $n$  a megfigyelések száma.<sup>3</sup>

Ahogy a *3. ábrán* látható, a pontdiagramok alátámasztották a korrelogramos vizsgálatokat, semmilyen jellegzetességet nem fedezhetünk fel az ábrában, továbbá a pontok erős szóródása azt jelzi, hogy nincsen korreláció az egymást követő napok loghozamai között.

<sup>3</sup> A korrelogramokon a 0-ad rendű autokorreláció is szerepel, ami értelemszerűen 1.

3. ábra

**Az OTP loghozamainak elsőrendű autokorrelációja pontdiagramon a három időszakban (2008. 09. 01. – 2010. 12. 31.)**



Az autokorreláció jelenléte számszerűen is vizsgálható a Ljung-Box teszt (Hamilton 1994) segítségével. A vizsgálat során a maximális késleltetésszámnak a minta nagyságától nagyságrendileg kisebbnek kell lennie (Burns 2002). Pontos értékének megadására a szakirodalomban több javaslat is található, egyik leggyakoribb beállítás a mintanagyság természetes logaritmus (ln (n)).

1. táblázat

**OTP Ljung-Box teszt eredmények a három időszakban**

| Késleltetés (k) | (2006. 01. 01. – 2008. 08. 31.) | (2008. 09. 01. – 2009. 04. 30.) | (2009. 05. 01. – 2010. 12. 31.) | Kritikus érték |
|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------|
| 1               | 3.16                            | 8.80*                           | 0.62                            | 3.84           |
| 2               | 6.07*                           | 10.36*                          | 1.52                            | 5.99           |
| 3               | 10.64*                          | 11.33*                          | 2.12                            | 7.81           |
| 4               | 10.69*                          | 13.55*                          | 2.17                            | 9.49           |
| 5               | 11.06                           | 13.84*                          | 2.29                            | 11.1           |
| 6               | 11.08                           |                                 | 3.16                            | 12.6           |
| 7               | 12.33                           |                                 |                                 | 14.1           |

A kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszint mellett vannak meghatározva, „\*”:  $H_0$  elvetése

A hektikus időszakban az OTP-részvény esetén autokorrelációt jelez a teszt az összes késleltetés esetén, ami már bizonyos késleltetéseknel a korrelogramokon is jól látható. Azonban ellentmondás, hogy az első időszakban a korrelogramokon az OTP-nél nem tapasztalható autokorreláció, azonban a Ljung-Box teszt (1. táblázat) próbastatisztikája néhány helyen nagyobb a kritikus értékeknél. A többi részvénynél nincs jelentős eltérés a Ljung-Box teszt és az autokorrelációs függvény eredményei között.

*Hamid és szerzőtársai (2010)* az ázsiai régió részvénytársasági indexein folytatott vizsgálataik során eltérő eredményre jutottak és minden egyes esetben szignifikáns autokorrelációt találtak az első késleltetésre nézve. Erre hivatkozva megállapították, hogy ezen piacokra nem érvényes a hatékonyság gyenge formája. Ezzel szemben a vizsgálataink tárgyát képező részvények esetén nem tapasztaltunk szignifikáns autokorrelációt 2006. január 1-je és 2008. augusztus 31-e, valamint 2009. május 1-je és 2010. december 31-e között. Így ezekben az időszakokban elfogadhatjuk a hatékonyság gyenge formáját. A hektikus időszakban, 2008. szeptember 1-je és 2009. április 30-a között a Microsoft és az OTP részvényét vizsgálva autokorrelációt találtunk. Ebből az eredményből azonban nem vonható le általános következtetés, mivel a többi értékpapírt nem vizsgáltuk meg ebben az időszakban.

### Egységgyök teszt – Augmented Dickey-Fuller teszt

Az árfolyamok véletlen bolyongásának egy másik feltétele, hogy a hozamok idősora stacionárius legyen, azaz ne tartalmazzon egységgyököt. A következő vizsgálatok a hozamok ezen tulajdonságára vonatkoznak. A szakirodalomban található egységgyök tesztek közül egyik alternatíva az Augmented Dickey-Fuller teszt, mely *Hamilton (1994)* munkájából áttekinthető. A szakirodalomban többen is (*Kiss-Kosztópulosz 2012; Enowbi és szerzőtársai 2009*) felhasználták az ADF tesztet a hatékonyság gyenge formájának vizsgálatára, mivel annak nullhipotézise, hogy az idősor egységgyököt tartalmaz. Fontos megjegyezni, hogy az ADF egy baloldali próba. A teszteléshez használt t-statisztika a nullhipotézis fennállása esetén nem lesz Student-féle t-eloszlású, zárt képlettel nem határozható meg, ezért kritikus értékei is csak szimulációval határozhatóak meg.

*Krekó és Vonnák (2003)* rámutattak, hogy amennyiben az idősorok strukturális törést tartalmaznak, az egységgyök-tesztek félrevezető képet adhatnak az idősorok integráltsági fokáról. Például *Bakshi és Yates (1998)* az angol inflációt illetően arra a következtetésre jutott, hogy a különböző egységgyök-tesztek és a különböző mintaperiódusok vizsgálata ellentétes eredményekre vezetnek. Többek között ezért is van szükség a töréspontok meghatározására és az így meghatározott időszakok külön vizsgálatára.

Az ADF vizsgálat során szintén körültekintően kell eljárni, mivel a tesztnek több változata is létezik. Jelen esetben azt a modellt érdemes választani, amely trendet nem, de konstans tagot tartalmaz. Ezt a tesztegyenletet használjuk, ha az idősor „lapos” (nincs benne trend) és egy konstans érték körül bolyong. Ilyen tulajdonságokkal rendelkezik a loghozamok idősora.

A véletlen bolyongás hipotézise szerint, míg az árfolyamok logaritmusos egységgyököt tartalmazhat, addig a loghozamok idősorának stacionáriusnak kell lennie. Első lépésben tehát a logaritmizált árfolyamon kell végrehajtani az ADF tesztet, ahol a nullhipotézis teljesülése várható. Ez szinte minden részvény esetében beigazolódott 5%-os szignifikanciaszint<sup>4</sup> mellett. Második lépésben a logárfolyam differenciáját kell venni. Ekkor minden esetben elvetjük  $H_0$ -t. Kimondhatjuk, hogy a 2006. január 1-je és 2008. augusztus 31-e, valamint a 2009. május 1-je és 2010. december 31-e közötti időszakban a vizsgált loghozamok stacionerek.

<sup>4</sup> A szignifikanciaszinthez tartozó kritikus értékek Dickey és Fuller (1981) Monte Carlo szimulációjából származnak, melyet Hamilton (1994) könyvében megtalálhatunk.

A Dickey-Fuller egységgyök tesztet lefuttatva a töréspont algoritmus segítségével elkülönített hektikus időszakban az OTP-részvényre általános következtetés nem vonható le a stacionaritást illetően, de amit a fentiekben kifejtettünk, az itt is teljesül.

Az egységgyök tesztelésére az ADF-n kívül létezik számos alternatíva. Ezeket szokás alkalmazni az ADF során kapott eredmények megerősítésére vagy épp megcáfolására. Ilyen például a *Kwiatkowski és szerzőtársai (1992)* által kifejlesztett KPSS teszt. Egy másik, szintén gyakran használt alternatíva a Phillips-Perron teszt, melynek részletes leírása szintén megtalálható *Hamilton (1994)* könyvében. Ezek a tesztek kiküszöbölik az ADF azon problémáját, hogy az elemzőnek kell kiválasztania a késleltetések számát.

### Variancia hányados (VR) tesztek

A piaci hatékonyság helytállóságának vizsgálatára az egyik legmegbízhatóbb és legpontosabb eszköznek a variancia hányados tesztet tekinti a pénzügyi szakirodalom. Jelen tanulmányban a három legtöbbet hivatkozott, többek között *Kim és szerzőtársai (2010)* által is összefoglalt VR tesztrel, a Lo és MacKinlay VR tesztrel, a Wright-féle nem-paraméteres tesztrel és a Choi-féle automatikus variancia hányados tesztrel kapott eredményeket mutatjuk be. Az előbb említett tesztek vagy ezek egyike alapján vezetik le következtetéseiket a hatékony piacok gyenge formájának vizsgálata során *Enowbi és szerzőtársai (2009)*, *Hamid és szerzőtársai (2010)*, *Kim és szerzőtársai (2010)*, *Patel és szerzőtársai (2012)* is.

A variancia hányados tesztek azon egyszerű statisztikai tulajdonságon alapulnak, hogy ha egy folyamat véletlen bolyongás, akkor a folyamat  $k$  hosszúságú időszakra számított szórásnégyzetének meg kell egyeznie ugyanezen adatsor egységnyi időszakra számolt varianciájának  $k$ -szorosával. A teszt nullhipotézise, hogy  $VR(q) = \frac{\sigma^2(q)}{\sigma^2(1)}$  (variancia hányados) egyenlő 1-gyel minden  $q$ -ra, ahol a  $\sigma^2(q)$  az  $(X_t - X_{t-q})$  az varianciájának  $\frac{1}{q}$  - szorosa és  $\sigma^2(1)$  az  $(X_t - X_{t-q})$  varianciája, míg ellenhipotézise, hogy ez az érték különbözik 1-től. AVR teszt alkalmazásának feltétele, hogy a megfigyelések független, azonos eloszlásúak legyenek. Mint ahogy az a tanulmány elején a pontdiagramokon látható volt, a loghozamok tekinthetőek FAE mintának.

A VR tesztek mindegyike kétoldali ellenhipotézissel dolgozik. A próbastatisztika a Lo- és MacKinlay-féle tesztnél aszimptotikusan standard normális eloszlású, míg a Wright-féle és az AutoVR tesztek esetében a szignifikanciaszinteknek megfelelő kritikus értékeket szimulációval kell meghatározni.

### Lo- és MacKinlay-féle variancia hányados teszt

A Lo- és MacKinlay variancia hányados teszt alkalmazása során fontos lépés a próbastatisztikában szereplő késleltetés alkalmas megválasztása, melyre a szakirodalomban – napi hozamok vizsgálata esetén – a legnépszerűbb a 2, 5, 10, 20 értékek megadása. Ezen értékek a napi, a heti, a kétheti, illetve a havi részvényhozamokban rejlő bizonytalanság vizsgálatán alapulnak, bár fontos megjegyezni, hogy ez a választás önkényes és statisztikailag nem megfelelően megalapozott (*Lim–Kim 2008*).



Ha a hatékony piacok elméletének gyenge formáját szeretnénk igazolni, akkor azt várjuk, hogy az összes részvény esetében a VR hányados értéke szignifikánsan nem különbözik egytől. Ekkor nem tudjuk elvetni a próba nullhipotézisét, a véletlen bolyongást.

A 2. táblázatban szereplő, valamint minden további adat a VR tesztek R-program vrtest csomagjában (Kim és szerzőtársai 2010) fellelhető implementációjával lettek meghatározva. A táblázat – a nagymértékű eltérések szemléltetése céljából – egyaránt magában foglal olyan részvényeket, ahol nem lehet egyértelműen elfogadni a véletlen bolyongás hipotézisét, illetve olyanokat is, ahol elmondható, hogy teljesül a hatékonyság gyenge formája. Minden papír esetén szerepelnek a standardizálatlan variancia hányadosok ( $VR(q)$ ), valamint ezek próbastatistikaként használt, standardizált értékei ( $Z(q)$ : homoszkedasztikus eset,  $Z^*(q)$ : heteroszkedasztikus eset), melyek aszimptotikusan standard normális eloszlásúak. A homoszkedaszticitás tesztelésére végezhető az ARCH-LM teszt, ahol azt tapasztaltuk, hogy számos részvény loghozama heteroszkedasztikus a volatilitás klasztereződésének köszönhetően, mely ismert jelenség a szakirodalomban.

A kiválasztott 23 részvény vizsgálata során kapott empirikus adatokból az derült ki, hogy az első időszakban 11, míg a harmadikban 9 esetben több késleltetés ( $k$  érték) mellett sem lehet elfogadni a nullhipotézist. Több értékpapír esetében – mint például az American Express, a Danubius és a Richter – mindegyik késleltetésnél szignifikánsan különbözött 1-től a variancia hányados értéke. Más részvényeknél csak bizonyos késleltetések esetén lép ki a 95%-os konfidencia intervallumból, ilyen például a JP Morgan (1. időszak), amelynél a Lo- és MacKinlay VR hányados 2 és 5 késleltetésnél még elfogadható, de 10-re és 20-ra már nem. A Zwack (1. időszak) esetében a kis késleltetésekre elvetjük, míg nagy késleltetésekre elfogadjuk a vizsgálat nullhipotézisét. Ezek a „típusok” jelennek meg egymás mellett a 4. ábrán.

A Lo- és MacKinlay VR tesztek az autokorrelációs függvénnyel folytatott vizsgálatokat is alátámasztják. Abban az esetben, ha negatív irányban lép ki a variancia hányados a konfidencia intervallumból, akkor az negatív autokorreláció jelenlétét mutatja. Ez a jelenség a pénzügyi viselkedés szakirodalmában jól ismert, melyet a hatások felnagyításával, a befektetők hírekre történő túlzott reakciójával magyaráznak (Komáromi 2006).

A szakirodalom eddigi vizsgálatai alapján a hatékonyság megváltozhat az aktuális piaci feltételektől függően. Esetünkben is láthattuk, hogy egyes részvényeknél – mint például a Richternél – a két nyugodtnak tekinthető időszak között is jelentős különbségek lehetnek. Egyes kutatások azt igazolták, hogy magas a hozamok megjósolhatósága a politikai vagy gazdasági krízisek ideje alatt, ezért a Microsoft és az OTP részvényeire elvégeztük a vizsgálatokat a töréspont algoritmussal behatárolt és elkülönített időszakokra, majd ezek eredményeit a 3. táblázatban foglaltuk össze valamint az 5. ábrán szemléltettük. Láthatjuk, hogy mindkét részvény esetében a 2008 szeptemberétől 2009 májusáig tartó időszakban megváltozik a folyamat jellege, mivel míg a normál időszakban véletlen bolyongásról beszélhetünk, addig ez a hektikus időszakban már nem mondható el egyértelműen a részvényekről. Az összehasonlításból azonban nem vonható le általános következtetés a magyar és az amerikai részvényt piac hektikus időszakbeli viselkedésére, hiszen az eredmények csupán két részvény adatain alapszanak. A hatékonyság időbeli stabilitását a későbbiekben részletesebben is bemutatjuk mozgó ablakos vizsgálatok segítségével.



2. táblázat

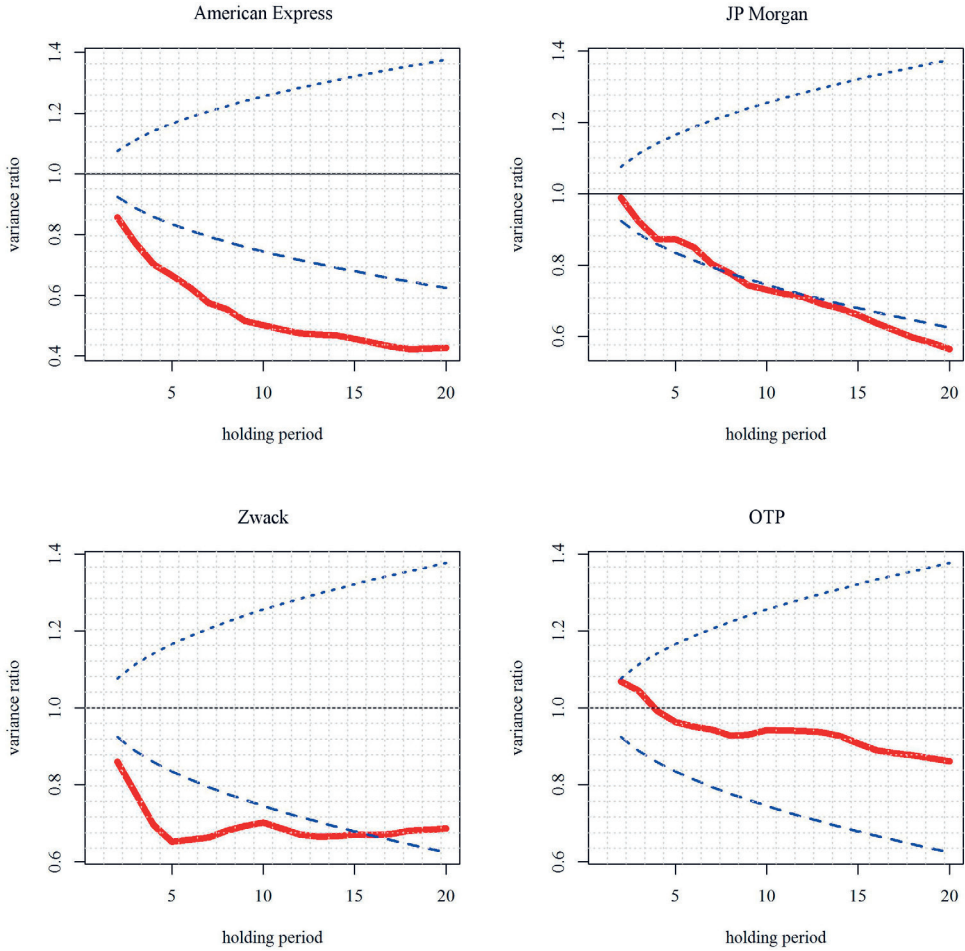
Részvények Lo- és MacKinlay VR teszt értékei

| Készletítés (k)         | 2006. 01. 01. – 2008. 08. 31. |            |            | 2009. 05. 01. – 2010. 12. 31. |            |            |            |            |
|-------------------------|-------------------------------|------------|------------|-------------------------------|------------|------------|------------|------------|
|                         | 2                             | 5          | 10         | 20                            | 2          | 5          | 10         | 20         |
| <b>American Express</b> |                               |            |            |                               |            |            |            |            |
| VR(q)                   | 0.8545692                     | 0.6654285  | 0.5005880  | 0.4259996                     | 0.8574405  | 0.8595965  | 0.7913615  | 0.6597083  |
| Z(q)                    | -3.767191 *                   | -3.95575 * | -3.83149 * | -2.991748 *                   | -2.91812 * | -1.311790  | -1.264879  | -1.401554  |
| Z*(q)                   | -3.080836 *                   | -3.04270 * | -2.82817 * | -2.185840 *                   | -2.25299 * | -1.060814  | -1.049379  | -1.197216  |
| <b>Apple</b>            |                               |            |            |                               |            |            |            |            |
| VR(q)                   | 0.995831                      | 1.022939   | 1.077478   | 1.134291                      | 1.0474690  | 1.0375131  | 0.8786961  | 0.7117935  |
| Z(q)                    | -0.1079927                    | 0.2712139  | 0.5944125  | 0.6999407                     | 0.9716659  | 0.3504854  | -0.7354097 | -1.1870317 |
| Z*(q)                   | -0.09094964                   | 0.23721801 | 0.53266638 | 0.64646915                    | 0.8045719  | 0.3041124  | -0.6507920 | -1.0693277 |
| <b>Danubius</b>         |                               |            |            |                               |            |            |            |            |
| VR(q)                   | 0.8287815                     | 0.7254111  | 0.6870664  | 0.7011836                     | 0.7724679  | 0.6293340  | 0.5524763  | 0.4701498  |
| Z(q)                    | -4.435186 *                   | -3.24656 * | -2.40082 * | -1.557461                     | -4.37075 * | -3.24994 * | -2.54610 * | -2.04794 * |
| Z*(q)                   | -3.333427 *                   | -2.56330 * | -1.908506  | -1.291327                     | -3.75768 * | -2.96394 * | -2.40049 * | -1.99505 * |
| <b>JP Morgan</b>        |                               |            |            |                               |            |            |            |            |
| VR(q)                   | 0.9949189                     | 0.8781150  | 0.7316620  | 0.5674152                     | 0.7395994  | 0.6605628  | 0.6068242  | 0.5435867  |
| Z(q)                    | -0.131618                     | -1.441090  | -2.05869 * | -2.254675 *                   | -5.33026 * | -3.17136 * | -2.38364 * | -1.879822  |
| Z*(q)                   | -0.06610217                   | -0.8180492 | -1.2289831 | -1.41156818                   | -3.66450 * | -2.30968 * | -1.859749  | -1.560750  |
| <b>Microsoft</b>        |                               |            |            |                               |            |            |            |            |
| VR(q)                   | 0.9821649                     | 0.9958585  | 0.8826799  | 0.8990557                     | 0.983343   | 1.089047   | 1.045715   | 1.049557   |
| Z(q)                    | -0.46199576                   | -0.0489667 | -0.9000804 | -0.52613171                   | -0.3409609 | 0.8319646  | 0.2771474  | 0.2041087  |
| Z*(q)                   | -0.4376762                    | -0.0431162 | -0.7891008 | -0.4724750                    | -0.2969003 | 0.7747096  | 0.2597086  | 0.1887683  |
| <b>OTP</b>              |                               |            |            |                               |            |            |            |            |
| VR(q)                   | 1.0680594                     | 0.9638992  | 0.9425423  | 0.8615749                     | 0.9603291  | 0.9098993  | 0.8331139  | 0.9120482  |
| Z(q)                    | 1.7629886                     | -0.4268330 | -0.4408157 | -0.7214854                    | -0.8071833 | -0.8367727 | -1.0056988 | -0.3600780 |
| Z*(q)                   | 1.5274457                     | -0.3781344 | -0.3971357 | -0.6614858                    | -0.5892068 | -0.6614361 | -0.8497770 | -0.3149080 |
| <b>Richter</b>          |                               |            |            |                               |            |            |            |            |
| VR(q)                   | 1.0762621                     | 0.9937708  | 0.8438572  | 0.7233067                     | 0.8956880  | 0.7154698  | 0.4899502  | 0.3349193  |
| Z(q)                    | 1.9754680 *                   | 1.975468 * | -1.1979286 | -1.4421534                    | -2.11987 * | -2.63926 * | -3.06997 * | -2.71957 * |
| Z*(q)                   | 1.98341700 *                  | -0.0686168 | -1.0916773 | -1.32840843                   | -1.563897  | -2.19252 * | -2.74777 * | -2.50294 * |
| <b>Zwack</b>            |                               |            |            |                               |            |            |            |            |
| VR(q)                   | 0.8600101                     | 0.6522755  | 0.6990062  | 0.6843314                     | 0.8589472  | 0.8265707  | 0.9867148  | 1.2317983  |
| Z(q)                    | -3.626251 *                   | -4.11126 * | -2.30922 * | -1.645296                     | -2.43903 * | -1.3687921 | -0.0680381 | 0.80648697 |
| Z*(q)                   | -1.5625726                    | -1.8981729 | -1.1785901 | -0.9444914                    | -2.24248 * | -1.1952206 | -0.0587420 | 0.72519649 |

\*,\*: H<sub>0</sub> elvetése 5%-os szignifikanciaszinten (Kritikus értékek: -1,96 és 1,96)

4. ábra

Néhány részvény Lo- és MacKinlay VR hányados értéke 95%-os konfidencia intervallum mellett (2006.01.01.-2008.08.31.)



3. táblázat

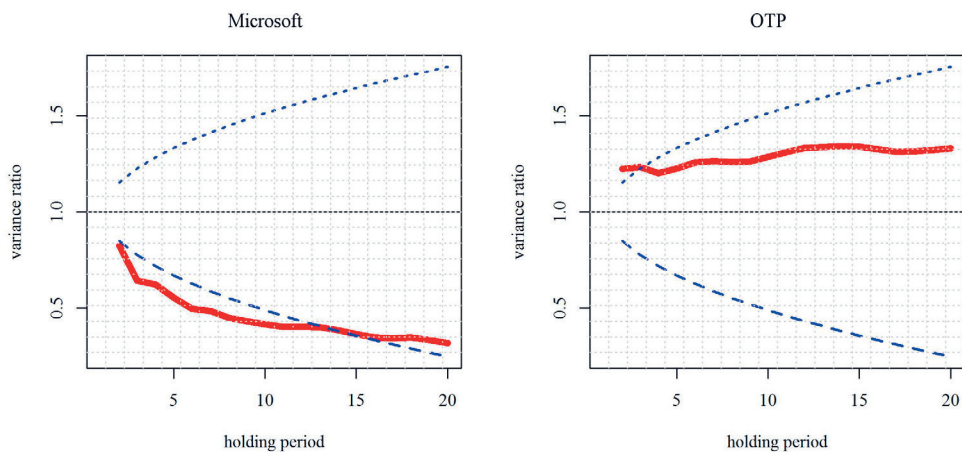
**A két kiválasztott részvény Lo- és MacKinlay VR teszt értékei a hektikus időszakban**

| <i>Késleltetés</i>                | <i>2</i>    | <i>5</i>    | <i>10</i>   | <i>20</i> |
|-----------------------------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| <b>Microsoft hektikus időszak</b> |             |             |             |           |
| $VR(q)$                           | 0.8246512   | 0.5522578   | 0.4137742   | 0.3163618 |
| $Z(q)$                            | -2.266006 * | -2.640983 * | -2.243731 * | -1.777608 |
| $Z^*(q)$                          | -2.048991 * | -2.462653 * | -2.101527 * | -1.670712 |
| <b>OTP hektikus időszak</b>       |             |             |             |           |
| $VR(q)$                           | 1.223768    | 1.226835    | 1.286448    | 1.331304  |
| $Z(q)$                            | 2.891715 *  | 1.337972    | 1.096354    | 0.861463  |
| $Z^*(q)$                          | 2.2515086 * | 1.1134278   | 0.934473    | 0.7472345 |

„\*”:  $H_0$  elvetése 5%-os szignifikanciaszinten (Kritikus értékek: -1,96 és 1,96)

5. ábra

**A Microsoft és az OTP részvény Lo- és MacKinlay VR hányados értéke 95%-os konfidencia intervallum mellett (2008.09.01.-2009.04.30.)**



## Néhány részvény Wright VR teszttel értékei az első és a harmadik időszakban

| Készletelés (k)         | 2006. 01. 01. – 2008. 08. 31. |             |             |            |            | 2009. 05. 01. – 2010. 12. 31. |            |             |  |  |
|-------------------------|-------------------------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------------------------|------------|-------------|--|--|
|                         | 2                             | 5           | 10          | 20         | 2          | 5                             | 10         | 20          |  |  |
| <b>American Express</b> |                               |             |             |            |            |                               |            |             |  |  |
| R1                      | -3.897803*                    | -4.220772*  | -3.671531*  | -2.63869*  | -2.844635* | -1.342854                     | -1.076153  | -1.376581   |  |  |
| R2                      | -4.028996*                    | -4.308561*  | -3.882810*  | -2.88947*  | -2.885479* | -1.382210                     | -1.267088  | -1.504384   |  |  |
| S1                      | -3.281389*                    | -3.298557*  | -3.061941*  | -2.17960*  | -2.686925* | -1.1416746                    | -0.6742586 | -0.8846617  |  |  |
| <b>Apple</b>            |                               |             |             |            |            |                               |            |             |  |  |
| R1                      | -1.0805453                    | -0.2165383  | 0.4411265   | 0.6869872  | 1.47155646 | 1.10142358                    | -0.0724906 | -0.8476642  |  |  |
| R2                      | -0.4452730                    | 0.1320258   | 0.5066860   | 0.5884564  | 1.22 21296 | 0.7107418                     | -0.4429616 | -0.9760919  |  |  |
| S1                      | -1.6599966                    | -0.8175910  | 0.3315769   | 0.9041557  | 1.612155   | 1.997931                      | 1.831784   | 1.238554    |  |  |
| <b>Danubius</b>         |                               |             |             |            |            |                               |            |             |  |  |
| R1                      | -3.412389*                    | -2.475187*  | -1.948123   | -1.245015  | -5.274359* | -4.100179*                    | -3.230756* | -2.542813*  |  |  |
| R2                      | -3.849896*                    | -2.760764*  | -2.086951*  | -1.306051  | -4.848677* | -3.716396*                    | -2.910947* | -2.280652*  |  |  |
| S1                      | -1.1195325                    | -0.64843424 | -0.71574883 | 0.08855134 | -3.383765* | -2.699259*                    | -2.032122* | -1.189917   |  |  |
| <b>JP Morgan</b>        |                               |             |             |            |            |                               |            |             |  |  |
| R1                      | -2.194623*                    | -2.065034*  | -2.065034*  | -2.19259*  | -4.165693* | -2.200346*                    | -1.638283  | -1.343615   |  |  |
| R2                      | -1.906809                     | -2.217389*  | -2.621066*  | -2.38134*  | -4.677336* | -2.667464*                    | -2.026750* | -1.625402   |  |  |
| S1                      | -3.126970*                    | -2.340002*  | -2.503978*  | -2.32874*  | -4.054815* | -2.996896*                    | -2.150104* | -1.967925*  |  |  |
| <b>Microsoft</b>        |                               |             |             |            |            |                               |            |             |  |  |
| R1                      | -1.0757198                    | -1.0536086  | -1.2505489  | -0.6713301 | -0.7792182 | 0.7791328                     | 1.0051633  | 0.7547618   |  |  |
| R2                      | -0.8558080                    | -0.6936643  | -1.2488571  | -0.7229706 | -0.3787586 | 1.035141                      | 0.7973141  | 0.5843766   |  |  |
| S1                      | -0.34744115                   | -0.25373514 | -0.02972759 | 0.18953093 | -1.6121555 | 0.2140640                     | 0.7205596  | 0.4148174   |  |  |
| <b>OTP</b>              |                               |             |             |            |            |                               |            |             |  |  |
| R1                      | 1.1834810                     | -0.8192571  | -0.8174663  | -1.0428726 | 0.59065396 | 0.42321699                    | -0.0921930 | 0.17335719  |  |  |
| R2                      | 1.6098357                     | -0.4702306  | -0.4252017  | -0.6380760 | -0.0562602 | -0.2285230                    | -0.5515869 | -0.0904428  |  |  |
| S1                      | 0.5790686                     | -0.9867478  | -1.6030030  | -1.3205024 | 0.5897678  | 0.6998965                     | 0.2387213  | 0.1859128   |  |  |
| <b>Richter</b>          |                               |             |             |            |            |                               |            |             |  |  |
| R1                      | 2.3273201*                    | 0.3886803   | -1.1920002  | -1.5097308 | -1.280596  | -2.038980*                    | -2.240691* | -2.236857*  |  |  |
| R2                      | 2.1631451*                    | 0.1979201   | -1.1353999  | -1.4228085 | -1.613355  | -2.402295*                    | -2.774025* | -2.623562*  |  |  |
| S1                      | 2.5092972*                    | 1.5787964   | 0.3818852   | -0.4769344 | -0.9349289 | -0.7187111                    | -0.8423651 | -0.96663319 |  |  |
| <b>Zwack</b>            |                               |             |             |            |            |                               |            |             |  |  |
| R1                      | -4.1948337*                   | -3.4334793* | -1.9270312  | -0.9609115 | -2.630377* | -2.308432*                    | -0.8633207 | 0.3719527   |  |  |
| R2                      | -4.172004*                    | -3.901276*  | -2.177808*  | -1.241224  | -2.643888* | -2.019733*                    | -0.5095733 | 0.6338237   |  |  |
| S1                      | -2.2776697*                   | -1.4096397  | -0.1943727  | 0.8746386  | -0.9831354 | 0.0000000                     | 1.5175594  | 2.7019552*  |  |  |

\*, \*\*, H<sub>0</sub> elvetése. Kritikusértékek 5%-os szignifikanciaszinten a következők: k: 2

2006. 01. 01. – 2008. 08. 31.

R1: -2,02; 1,92 R2: -2,02; 1,92 S1: -1,96; 1,89

R1: -2,00; 1,94 R2: -2,02; 1,92 S1: -1,94; 1,97

R1: -1,97; 1,93 R2: -2,00; 1,91 S1: -1,89; 1,98

R1: -1,96; 1,83 R2: -1,96; 1,83 S1: -1,87; 1,97

2009. 05. 01. – 2010. 12. 31.

R1: -2,04; 1,86 R2: -2,04; 1,86 S1: -1,96; 1,96

R1: -2,02; 1,86 R2: -2,00; 1,84 S1: -1,95; 1,95

R1: -1,99; 1,79 R2: -1,98; 1,78 S1: -1,87; 1,99

R1: -1,92; 1,70 R2: -1,92; 1,68 S1: -1,81; 1,96

### Wright-féle nem-paraméteres VR teszt

A Wright (2000) által kifejlesztett variancia hányados teszt alkalmazható a Lo- és MacKinlay VR teszt robusztusságának vizsgálatára. Ez az eszköz sokkal hatásosabb a hagyományos VR tesztnél, ha a loghozamok eloszlása nem normális és nem kell törődni a méret torzító hatásával sem.

Mivel ez a teszt pontos mintaeloszlással rendelkezik, a kritikus értékeket az adott mintanagyságoknak és késleltetésnek megfelelően a Wright által javasolt szimulációs metódussal (Wright 2000) számolhatjuk ki. A tanulmányban szereplő eredmények 10000 iteráció melletti szimulációból származnak.

A Wright-féle teszt rangokon (R1 és R2) és előjeleken S1 alapuló próbastatisztikáinak értékei a 4. táblázatban láthatóak, az összehasonlíthatóság érdekében ugyanazokra az érték-papírokra, mint a Lo- és MacKinlay VR teszt esetén, mivel a Wright teszt null- és alternatív hipotézise megegyezik az előzőével. Azok a „típusok” (American Express, JP Morgan, Zwack, OTP) itt is ugyanúgy beazonosíthatóak. A két teszt eredményeire támaszkodva néhány részvény esetében beigazolódott, hogy esetükben nem beszélhetünk véletlen bolyongásról, de a magyar és az amerikai piac egészére nem mondható el, hogy az ne lenne hatékony. Fontos, hogy a piac méretétől független ez a következtetés: a vizsgált első időszakban a magyar tőzsdén jegyzett értékpapírok közül 8-ból 6, míg az amerikai tőzsdéről 15-ből 6 esetén, a második időszakban 4, illetve 5 esetben utasíthattuk el a nullhipotézist valamilyen késleltetés mellett.

A Microsoft-ra és az OTP-re végzett hektikus időszakbeli Wright VR teszt eredményekből (5. táblázat) ugyanaz a következtetés vonható le, mint a Lo- és MacKinlay-féle VR teszt esetén. Azaz, ha figyelmen kívül hagyjuk a hektikus időszakot a loghozamok idősorában, akkor a kiválasztott késleltetések mindegyikén elfogadható a véletlen bolyongás hipotézise 95%-os konfidencia intervallum mellett. A hektikus időszak azonban találunk olyan késleltetéseket, amelyek mellett nem tudjuk azt mondani, hogy egy mintából vett  $(X_t - X_{t-q})$  időszak varianciájának  $\frac{1}{q}$ -szorosa megegyezik az  $(X_t - X_{t-1})$  időszak varianciájával.

5. táblázat

#### A Microsoft és OTP részvényeinek Wright VR teszt értékei a hektikus időszakban (2008. 09. 01. – 2009. 04. 30.)

| Késleltetés (k)  | 2           | 5           | 10         | 20          |
|------------------|-------------|-------------|------------|-------------|
| <b>Microsoft</b> |             |             |            |             |
| R1               | -1.994043   | -2.125704 * | -1.508516  | -1.287887   |
| R2               | -2.166761 * | -2.439917 * | -1.859100  | -1.450558   |
| S1               | -1.1607348  | -1.4693135  | -1.0130050 | -0.6726312  |
| <b>OTP</b>       |             |             |            |             |
| R1               | 2.0489860 * | 0.9784848   | 1.3364164  | 1.5600484 * |
| R2               | 2.634746 *  | 1.344680    | 1.463095   | 1.430769    |
| S1               | 0.6964409   | 0.1130241   | 0.5454643  | 0.8221049   |

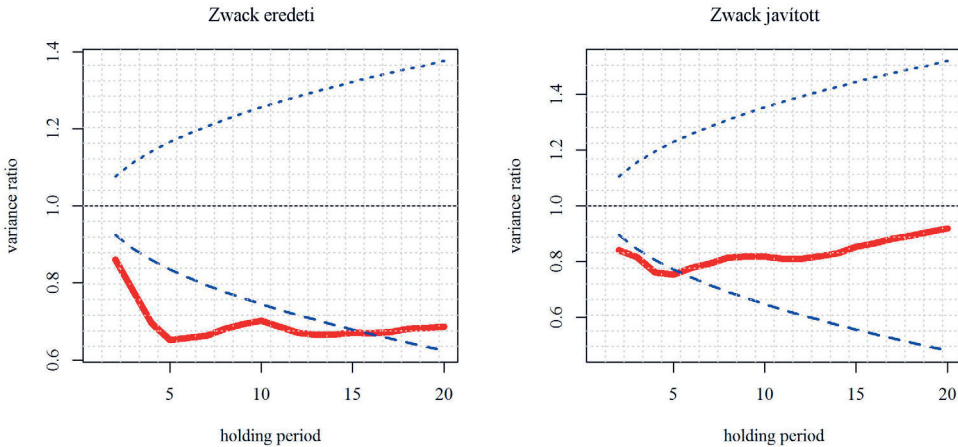
„\*”:  $H_0$  elvetése. Kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszinten a következők:

|             |                       |                       |                       |
|-------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>k=2</b>  | <b>R1:</b> -2,16;1,83 | <b>R2:</b> -2,15;1,81 | <b>S1:</b> -2,02;1,86 |
| <b>k=5</b>  | <b>R1:</b> -2,02;1,81 | <b>R2:</b> -1,99;1,80 | <b>S1:</b> -1,89;1,95 |
| <b>k=10</b> | <b>R1:</b> -1,92;1,73 | <b>R2:</b> -1,91;1,71 | <b>S1:</b> -1,81;1,90 |
| <b>k=20</b> | <b>R1:</b> -1,77;1,50 | <b>R2:</b> -1,77;1,50 | <b>S1:</b> -1,67;1,9  |

A martingál hipotézis elvetése azonban nem jelenti egyértelműen a hatékonyság hiányát. Az eltérések hátterében az adott részvény viselkedését befolyásoló tényezők állhatnak, melyek feltételezhetően nem a piac egészére hatnak. Ezek meghatározásához és konkretizálásához további vizsgálatok szükségesek. Kis piacokon az eltérő viselkedés hátterében állhat például a kirívóan alacsony forgalmú vagy kötésszámú napok torzító hatása. Ez az állítás a Zwack példáján szemléletesen bemutatható. Tekintsük a részvény idősorát az első időszakban, 2006. január 1-je és 2008. április 30-a között. Az adatok magas autokorrelációjának hátterében az állhat, hogy bizonyos napokon a részvény forgalma annyira alacsony volt (kevesebb mint 50 darab kötés), hogy érdemben nem befolyásolta a részvény árfolyamának alakulását. Ezeket a napokat kiszűrve az idősorából nagymértékben javultak a Lo- és MacKinlay-féle és a Wright-féle VR tesztek értékei (6. ábra).

6. ábra

**A Zwack részvény Lo- és MacKinlay VR hányados értéke a javított idősorán 95%-os konfidencia intervallum mellett (2006. 01. 01. – 2008. 08. 31.)**



### Mozgó ablakos vizsgálatok

A csúsztatásokat két különböző hosszúságú ablakméret mellett végeztük el. Az első esetben az ablak méretét egy évben határoztuk meg, melyet féléves léptékekkel csúsztattuk. A mozgó ablakos vizsgálatok elvégzését több tényező is indokolta. Egyrészt fontos megemlíteni, hogy a pénzügyi modellezés során egy évet vagy annál rövidebb időszakot szokás vizsgálni. Az opcióárazás vagy a Value at Risk érték számításánál is általában ilyen hosszúságú idősorokkal dolgoznak az elemzők. Másrészt látható volt, hogy a normálisnak számító időszakok között is jelentős különbségek lehetnek a hatékonyság fokát illetően, ezért nem zárható ki, hogy további töréspontokat tartalmazhatnak. Sokan hosszú, közel tízéves periódusok napi árfolyamával dolgoztak és vontak le következtetéseket (Patel és szerzőtársai 2012; Enowbi és szerzőtársai 2009), mely a fent említett okok miatt nem helyénvaló.

A véletlen bolyongás hipotézise ebben az esetben a Kim által módosított Choi-féle AutoVR teszt (Kim és szerzőtársai 2010) segítségével vizsgálható a legkényelmesebben.

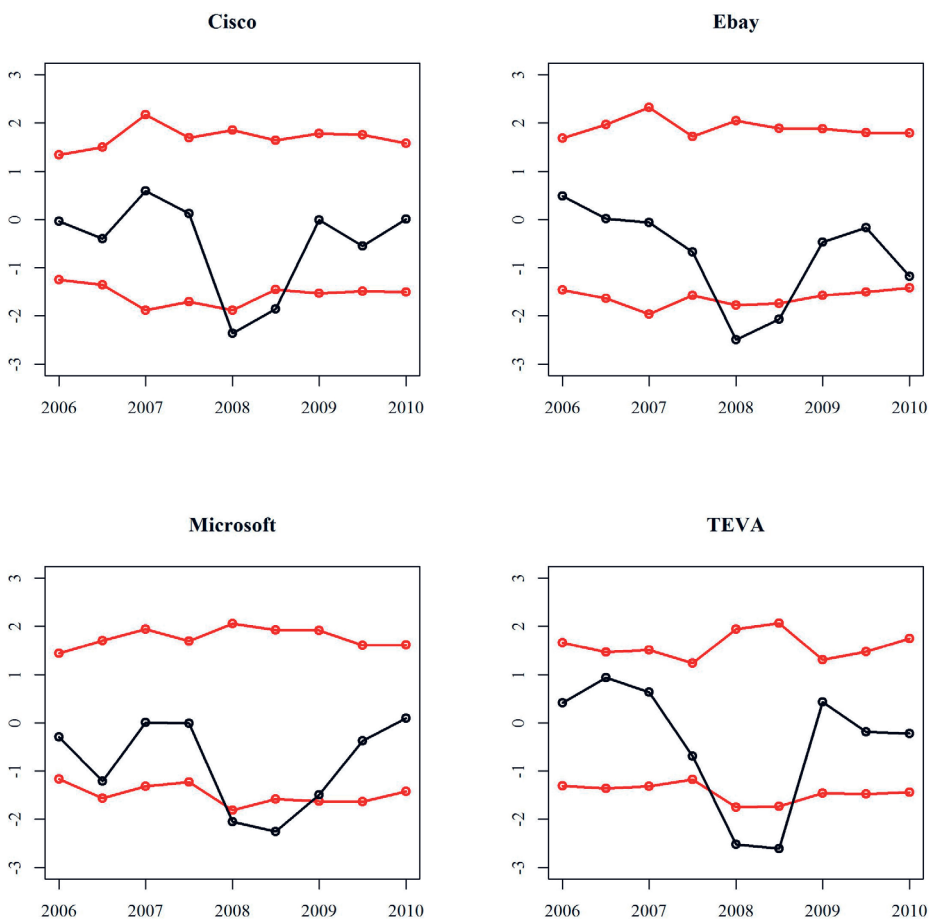


Ellentétben ugyanis a Lo- és MacKinlay, valamint a Wright-féle variancia hányados teszttel, ahol önkényesen kell kiválasztani a késleltetésszámot, addig ez jelen esetben automatikusan történik. A Choi-féle teszt ugyanis egy teljesen adatfüggő becslési módszerrel határozza meg az optimális késleltetésszámot. Így a vizsgálat mindig az optimális érték mellett történik, az eredmények pedig jobban összehasonlíthatóak. A Kim által javasolt bootstrap pedig a teszt kismintás tulajdonságait javítja, ami a kisebb minták esetén szintén hasznos tulajdonság.

Egy évnyi adatokat tartalmazó mintát vizsgálva több részvény esetében azt tapasztalható, hogy azon egy év hosszúságú ablakokra, amelyek tartalmazzák a 2008-as világválság legkritikusabb hónapjait, az AutoVR értékek kiléptek a 95%-os konfidencia intervallumból. Ilyen például a Cisco, az Ebay, a Microsoft és a Teva (7. ábra) részvények.

7. ábra

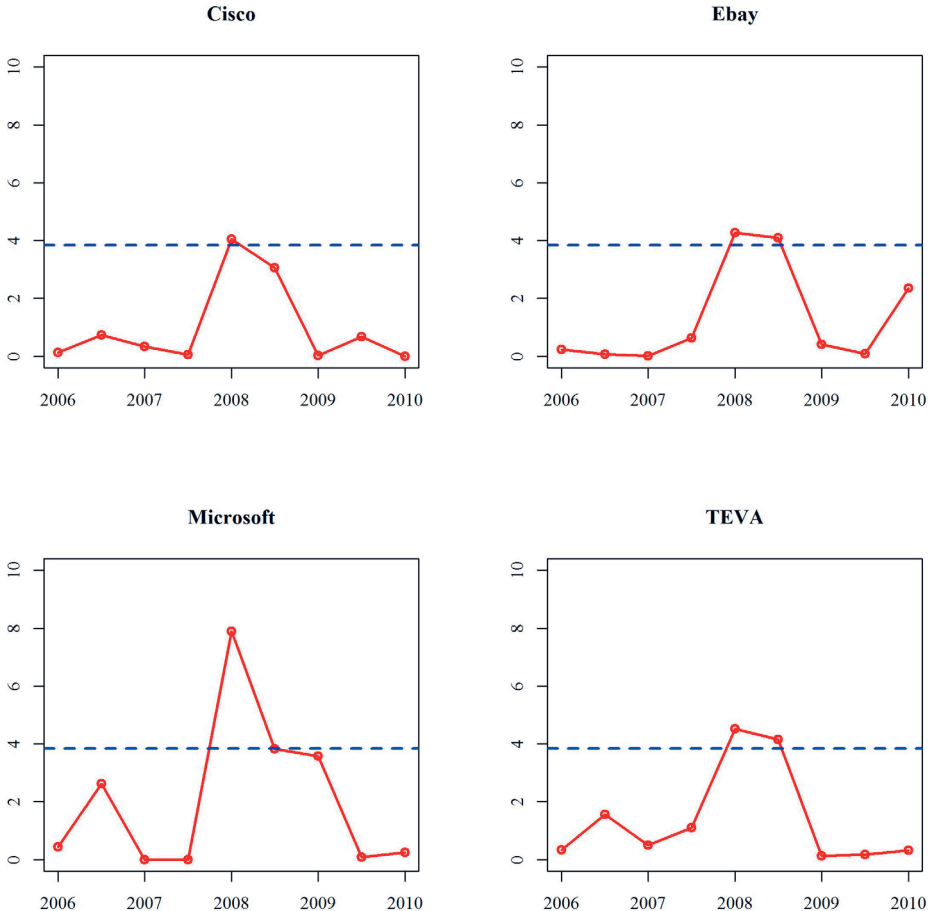
**Cisco, Ebay, Microsoft és TEVA részvények csúsztatott AutoVR értéke egy év hosszúságú ablak esetén, 95%-os konfidencia intervallum mellett**



Ezekben az esetekben elutasítható a nullhipotézis, valamint a VR értékek alsó kritikus értékhez való közeledése a loghozamok negatív autokorrelációjára utalhat. Ezt az állítást Ljung-Box és automatikus portmanteau teszt (Lobato–Escanciano 2009) időbeli csúsztatásával is érdemes alátámasztani (8. ábra).

8. ábra

### Cisco, Ebay, Microsoft és TEVA részvények portmanteau teszt próbastatisztikája egy év hosszúságú ablak esetén



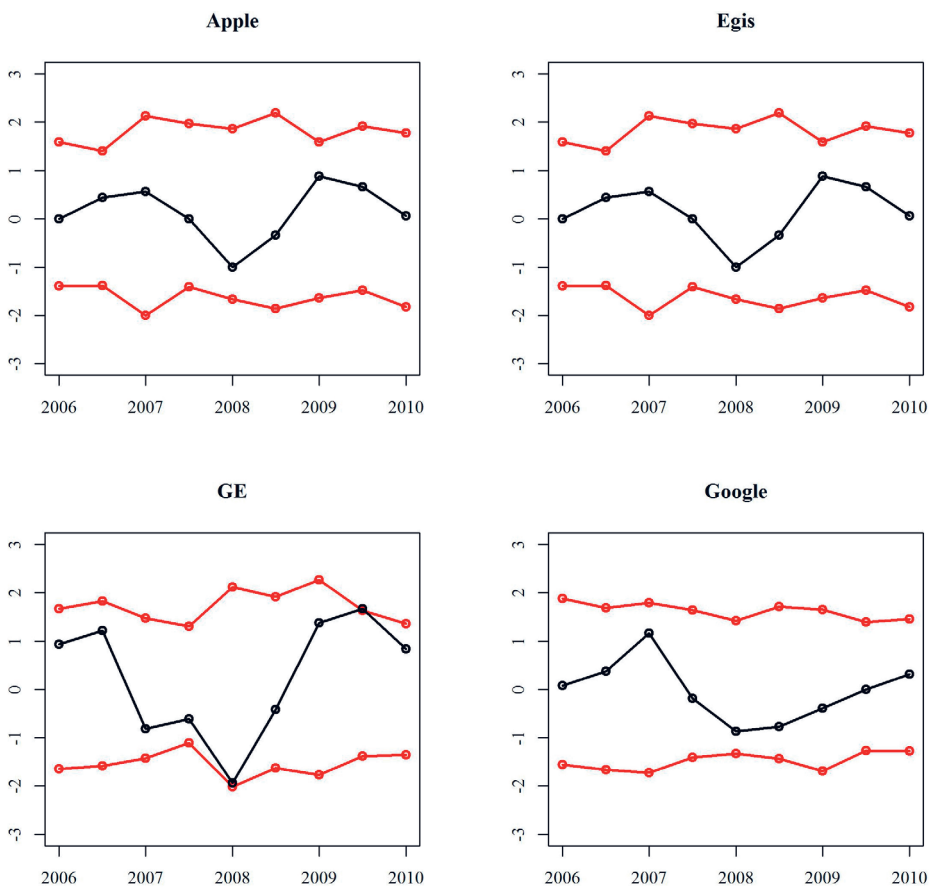
Kritikus érték egy szabadsági fok mellett:  $\chi^2_{0.05} = 3.841$

Azon késleltetésekre, ahol a Choi-féle variancia hányados értéke kilépett a konfidencia intervallumból, mindkét vizsgálat igazolta az autokorreláció jelenlétét. (A Ljung-Box teszt és a portmanteau teszt esetében is elvetettük a nullhipotézist 5%-os szignifikanciaszint mellett.) Azonban az összesen vizsgált 23 értékpapírból 11-nél, azaz közel 50 százalékuknál megállapítható, hogy egyetlen csúsztatásra sem lépett ki a próbastatisztika értéke a konfidencia intervallumból, de a legtöbb esetben hasonló viselkedést mutattak, mint ami

a 7. ábrán látható, és megközelítették az alsó kritikus értéket Az Egis és a GE (9. ábra). részvényei esetében egyes értékeknél kisebb szignifikanciaszint mellett a nullhipotézis is elutasítható lett volna.

9. ábra

**Apple, Egis, GE és Google részvények csúsztatott AutoVR értéke egy év hosszúságú ablak esetén, 95%-os konfidencia intervallum mellett**



Az a következtetés egyértelműen levonható az első csúsztatott vizsgálat után, hogy a hatékonyság mértéke az idővel szignifikánsan változik. Ez sem tekinthető azonban általános jelenségnek, mivel mind a magyar, mind pedig az amerikai tőzsdén jegyzett értékpapírok körében voltak olyanok, amelyeknél a variancia hányados kevésbé ingadozott (például OTP és Rio) és időben stabil maradt.

A féléves mozgó ablakkal folytatott vizsgálatban a minták egy iterációban két hónappal lettek elcsúsztatva. A kapott eredményekből ugyanazok szűrhetőek le, mint az előző vizsgálatban. A folyamat jellege nem, csupán a paraméterek változtak.

## Összegzés

Az első vizsgálatok során a részvényárfolyamok struktúrájában található töréseket kerestük. Szinte az összes értékpapír esetében töréspontokat találtunk a loghozamok varianciájában 2008 szeptemberében és 2009 májusában, így az idősort három különböző részre bontottuk, és a további vizsgálatokat ezen időszakokon külön-külön végeztük el. A hangsúlyt a két nyugodt időszakra helyeztük.

A következő lépésben az autokorreláció jelenlétét kutattuk. A legtöbb részvény esetében összességében (mindegyik időszakban) nem volt jellemző az autokorreláció. Ez alól kivételt képzett az American Express, a Danubius, a JP Morgan és a Zwack, ahol elsőrendű negatív autokorrelációt tapasztaltunk. A második, hektikus időszakban a Microsoft-részvénynél első és másodrendű negatív, az OTP értékpapírjának loghozamaiban elsőrendű pozitív autokorreláció volt jelen. A korrelogramokon megfigyelteket a Ljung-Box tesztek is alátámasztották. A hektikus időszakban mindkét kiválasztott részvény esetén autokorrelációt jelzett a teszt az összes késleltetés esetén. Az elsőrendű autokorrelációt pontdiagramon is megvizsgáltuk, itt a függetlenséget alátámasztó eredményt, a pontok erős szóródását tapasztaltuk.

A következő lépésben egy egységgyök tesztet, az Augmented Dickey-Fuller tesztet használtuk fel, hogy megvizsgáljuk a loghozamok stacionaritását. A nyugodt időszakokban minden esetben elvetettük  $H_0$ -t. Kimondhattuk, hogy a vizsgált loghozamok stacionerek, nem tartalmaznak egységgyököt. A Dickey-Fuller egységgyök tesztet lefuttattuk a töréspont algoritmus segítségével elkülönített hektikus időszakban is az OTP és a Microsoft értékpapírjaira, és ebben az esetben szintén azt kaptuk, hogy a loghozamok stacionerek.

A Variancia Hányados teszt során egyaránt találtunk olyan részvényeket, ahol nem lehet egyértelműen elfogadni a véletlen bolyongás hipotézisét, illetve olyanokat is, ahol elmondható, hogy teljesül a hatékonyság gyenge formája. A megvizsgált 23 darab (magyar és amerikai) részvényből az első időszakban 11, míg a harmadik időszakban 9 esetben fordult elő, hogy több késleltetés ( $k$  érték) mellett sem lehet elfogadni a nullhipotézist. Többek között találtunk olyan értékpapírokat, mint az American Express, a Danubius és a Richter, amelyeknél mindegyik, általunk vizsgált késleltetésnél a variancia hányados szignifikánsan különbözött 1-től. Más részvényeknél csak bizonyos késleltetések esetén lépett ki a 95%-os konfidencia intervallumból, ilyen például a JP Morgan (1. időszak), amelynél a Lo- és MacKinlay-féle VR teszténél 2 és 5 késleltetésnél még elfogadható  $H_0$ , de 10-re és 20-ra már nem. A Zwack (1. időszak) esetében a kis késleltetésekre elvetjük, míg nagy késleltetésekre elfogadjuk a vizsgálat nullhipotézisét. A Lo- és MacKinlay VR tesztek is alátámasztják az autokorrelációs függvénnyel folytatott vizsgálatok eredményeit. Láthattuk, hogy a Microsoft és OTP részvényénél a 2008 szeptemberétől 2009 májusáig tartó időszakban megváltozik a folyamat jellege, mivel a nyugodt időszakokban véletlen bolyongásról beszélhettünk, addig ez a hektikus időszakban már nem mondható el egyértelműen a részvényekről. A Wright teszt egyértelműen alátámasztotta a Lo- és MacKinlay VR teszt eredményeit.

A martingál hipotézis elvetése nem jelenti egyértelműen a hatékonyság hiányát. Ezt röviden a Zwack-részvény példáján mutattuk be. A papírt az első időszakban, 2006. január 1-je és 2008. április 30-a között vizsgáltuk. Ennél a részvényénél a magas autokorrelációt azzal magyaráztuk, hogy bizonyos napokon a papír forgalma annyira alacsony volt (kevesebb mint 50 darab kötés), hogy érdemben nem befolyásolta a részvény árfolyamának alakulását.

Ezeket a napokat kiszűrve az idősorból nagymértékben javultak a Lo- és MacKinlay-féle, valamint a Wright-féle VR teszt értékei.

Az utolsó vizsgálatok során a csúsztatott ablakos módszert alkalmaztuk, ahol egy 1 év hosszú ablakot csúsztattunk el félévente, és minden egyes csúsztatás során végrehajtottuk a Kim által módosított Choi-féle Auto VR tesztet. Több részvény esetében azt tapasztaltuk, hogy azon 1 év hosszúságú ablakokra, amelyek tartalmazzák a 2008-as világválság legkritikusabb hónapjait, az AutoVR értékek kiléptek a 95%-os konfidencia intervallumból. Ilyen volt például a Cisco, az Ebay, a Microsoft és a Teva. Az összesen vizsgált 23 értékpapírból 11-nél, azaz közel 50 százalékuknál azonban azt tapasztaltuk, hogy a próbastatisztika értéke egyetlen csúsztatásra sem lépett ki a konfidencia intervallumból, azonban a legtöbb esetben hasonló viselkedést mutattak és a hektikus időszakban megközelítették az alsó kritikus értéket. Ezt sem tekinthetjük azonban általános jelenségnek, mivel mind a magyar, mind pedig az amerikai tőzsdén jegyzett értékpapírok körében voltak olyanok, amelyeknél a variancia hányados kevésbé ingadozott (például OTP és Rio).

Microsoft és OTP eredményeit egy táblázatban foglaltuk össze (6. táblázat), melyben megmutatjuk, mely esetben nem teljesül a piaci hatékonyság gyenge formája.

6. táblázat

### Teljesül a hatékonyság gyenge formája?

|                  | 2006. 01. 01. – 2008. 08. 31. |      |      | 2008. 09. 01. – 2009. 04. 30. |      |     | 2009. 05. 01. – 2010. 12. 31. |      |      |
|------------------|-------------------------------|------|------|-------------------------------|------|-----|-------------------------------|------|------|
|                  | Ljung-Box                     | ADF  | VR   | Ljung-Box                     | ADF  | VR  | Ljung-Box                     | ADF  | VR   |
| <b>Microsoft</b> | Igen                          | Igen | Igen | Nem                           | Igen | Nem | Igen                          | Igen | Igen |
| <b>OTP</b>       | Igen                          | Igen | Igen | Nem                           | Igen | Nem | Igen                          | Igen | Igen |

Az ADF során kapott eredmények megerősítésére vagy épp megcáfolására ezért a KPSS tesztet (Kwiatkowski és szerzőtársai 1992) vagy a Phillips-Perron tesztet használhatjuk, melynek részletes leírása megtalálható Hamilton (1994) könyvében.

Összességében elmondhatjuk, hogy vizsgálataink alapján a magyar és amerikai részvénypiacon a 2006 januárjától 2008 májusáig és a 2009 májusától 2010 végéig terjedő időszakban teljesül a piaci hatékonyság gyenge formája. A hektikus időszakban a két vizsgált részvény esetében jelentős különbségeket tapasztaltunk és a 6. táblában láthatjuk, hogy a felhasznált tesztek is ellentmondanak egymásnak (az ADF teszt mindkét esetben eltérő következtetéshez vezet).

### Hivatkozások

- Akaike, H. (1974): *A new look at the statistical model identification*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 19, No. 6:716–723.
- Amerikai árfolyamok (2012): *Yahoo! Finance Investing rovat, Stocks, Historical quotes*. Yahoo! Inc., Sunnyvale, California. <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=GE>, Letöltve: 2012. 09. hó.
- Auger, I. E. – Lawrence, C. E. (1989): *Algorithms for the optimal identification of segment neighborhoods*. Bulletin of Mathematical Biology, Vol. 51, No. 1:39–54.
- Bakshi, H. – Yates, A. (1998): *Are UK inflation expectations rational?* Bank of England Working Paper, No. 81.

- Borges, M. R. (2008): *Efficient Market Hypothesis in European Stock Markets*. Instituto Superior de Economia e Gestão – DE Working papers n° 20-2008/DE/CIEF.
- Burns, P. J. (2002): *Robustness of the Ljung-Box Test and its Rank Equivalent*. <http://ssrn.com/abstract=443560> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.443560>, Letöltve: 2012. 10. hó.
- Choi, I. (1999): *Testing the random walk hypothesis for real exchange rates*. *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 14, No. 3:293–308.
- Dickey, D. A. – Fuller, W. A. (1981): *Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root*. *Econometrica*, Vol. 49, No. 4:1057–1072.
- Enowbi, M. B. – Guidi, F. – Mlambo, K. (2009): *Testing the weak-form market efficiency and the day of the week effects of some African Countries*. African Finance Journal Conference, Cape Town (South Africa).
- Fama, E. F. (1970): *Efficient capital markets: a review of theory and empirical work*. *The Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2:383–417.
- Hamid, K. – Suleman, M. T. – Shah, A. – Zulfiqar, S. – Akkash, I. – Shahid, R. (2010): *Testing the Weak Form of Efficient Market Hypothesis: Empirical Evidence from Asia-Pacific Markets*. *International Research Journal of Finance and Economics*, No. 58:121–133.
- Hamilton (1994): *Time Series Analysis*. Princeton University Press.
- Islam, S. M. N. – Watanapalachaikul, S. – Clark, C. (2007): *Some Tests of the Efficiency of the Emerging Financial Markets: An Analysis of the Thai Stock Market*. *Journal of Emerging Market Finance*, Vol. 6, No. 3:291–302.
- Killick, R. – Fearnhead, P. – Eckley, I. A. (2012): *Optimal detection of changepoints with a linear computational cost*. Eprint. arXiv:1101.1438 <http://arxiv.org/abs/1101.1438>, Letöltve: 2012. 09. hó.
- Kim, J. H. – Lim, K.-P. – Shamsuddin, A. (2010): *Stock Return Predictability and the Adaptive Markets Hypothesis: Evidence from Century Long U.S. Data*. Finance and Corporate Governance Conference 2010 Paper. <http://ssrn.com/abstract=1541639>, Letöltve: 2012. 10. hó.
- Kiss Gábor Dávid – Kosztopulosz Andreász (2012): *A pénz- és tőkepiaci válság hatása a monetáris politika mozgásterére Kelet-Közép-Európában*. *Pénzügyi Szemle*, Vol. 57, No. 1:27–51.
- Komáromi György (2006): *Anatomy of Stock Market Bubbles*. The ICAFI University Press, Hyderabad (India).
- Krekó Judit – Vonnák Balázs (2003): *Makroelemzők inflációs várakozásai Magyarországon*. MNB Háttér tanulmányok, Budapest.
- Kwiatkowski, D. – Phillips, P. C. B. – Schmidt, P. – Shin, Y. (1992): *Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root*. *Journal of Econometrics*, Vol. 54, No. 1–3:159–178.
- Lim, K.-P. – Kim, J. H. (2008): *Trade Openness and the Weak-Form Efficiency of Emerging Stock Markets*. <http://ssrn.com/abstract=1269312>, <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1269312>, Letöltve: 2012. 10. hó.
- Ljung, G. M. – Box, G. E. P. (1978): *On a measure of lack of fit in time series models*. *Biometrika*, Vol. 65, No. 2:297–303.
- Lo, A. W. – MacKinlay, A. C. (2001): *A Non-Random Walk Down Wall Street*. Princeton University Press, Princeton.
- Lobato, I. N. – Escanciano, J. C. (2009): *An automatic Portmanteau test for serial correlation*. *Journal of Econometrics*, Vol. 151, No. 2: 140–149.
- Magyar árfolyamok (2012): *Portfolio.hu, adatletöltés rovat, részvényárfolyamok*. Net Média Zrt., Budapest. <http://www.portfolio.hu/history/adatletoltes.tdp>, Letöltve: 2012. 09. hó.
- Patel, N. R. – Radadia, N. – Dhawan, J. (2012): *An Empirical Study on Weak-Form of Market Efficiency of Selected Asian Stock Markets*. *Journal of Applied Finance & Banking*, Vol. 2, No. 2:99–148.
- R Core Team (2012): *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna (Austria), <http://www.R-project.org/>, Letöltve: 2012. 08. hó.
- Wright, J. H. (2000): *Alternative Variance-Ratio Tests Using Ranks and Signs*. *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 18, No. 1:1–9.