

A kockázat kezelése reálopciókkal a vállalatértékelésben

Kulcsár Edina

Debreceni Egyetem Gazdálkodástudományi és Vidékfejlesztési Kar,
Számviteli és Pénzügyi Intézet, Debrecen
kulcsaredina@agr.unideb.hu

ÖSSZEFOGLALÁS

A vállalatértékelés azért fontos, mert információt nyújt az adott vállalat jelenlegi értékéről/helyzetéről, és ez által lehetőséget biztosít a vállalatnövekedési lehetőségek kiválasztásában. Mivel a jövőbeli stratégiai döntésekre jellemző az ismeret-, az információ-, a tudáshiány, elmondható, hogy a vállalatnövekedési intézkedések szorosan összefüggnek a bizonytalansággal és kockázattal. Ugyanakkor a vállalatértékelési folyamathoz is kapcsolódik a bizonytalanság és a kockázat, ami egyrészt eredhet magából az értékelt eszközökből, de a felhasznált módszer is okozhatja azt. A kockázatkezelésnek három megközelítést említik a szakirodalomban: a tőke-költségvetési módszert, portfólióelemzésen alapuló módszert, illetve a reálopciók kockázatkezelési módszert. Ezek közül a reálopciók módszere az, amelyik a legforradalmibb megközelítést adja a kockázatkezelésnek. A reálopciók módszere előnyei közé tartozik, hogy a stratégiai döntés megalapozásában, és a kockázatkezelésben beépíti a visszafordíthatóságot, a késleltetést, a halasztást, és az elvetés lehetőségét, amelyeket az előző két módszer nem tud számon tartani. Az előző két módszerhez képest, a reálopciók módszere figyelembe veszi a vállalat teljes kockázatát, tehát mind a vállalatspecifikus, mind a szisztematikus kockázatot. A tanulmányban alkalmazásra került a reálopciók módszereinek közül az egyik legismertebb, mégpedig a Black-Scholes féle modell, amelynek segítségével az opciók értéke került meghatározásra. Az opciók értéke meghatározását egy modell-vállalat adatai alapján végeztem el, amelyet Monte Carlo szimuláció segítségével működtettem. A Black-Scholes modell egyik alapfeltevése, hogy az opciók értékre több tényező van hatással. Az opciók érték érzékenysége vizsgálatát az azt befolyásoló tényezőkre, az úgynevezett „görögök” segítségével végeztem el. A vizsgálatban az opció értékének érzékenységi tesztelését a Delta (Δ), Gamma (Γ) és a Vega (v) mutatók segítségével valósítottam meg. A reálopciók kockázatkezelési számításokat az R-statistics programrendszerben végeztem, és a felhasznált modulok az 'JPortfolio' illetve a 'mc2d'. Az opcióárazási modell segítségével meghatároztam a vállalat saját tőkéjének értékét, ami átlagosan 38,79 milliót tett ki. A szimuláció segítségével 1000 futtatást végeztem, amelynek eredményére egy viszonylag alacsony relatív szórás és kis interkvartilis terjedelem jellemző. A szimuláció eredményei normál eloszlást mutatnak. Az úgynevezett Delta mutató kiszámítása során, megállapítható, hogy a vállalati érték átlagosan 0,831 arányban együtt mozog az opció árával, a mutató szórása alacsony, tehát a vállalati érték jól becsülhető az opcióértékelési módszerrel. A Gamma mutató azt jelzi, hogy a vállalati érték csak nagy mértékű változásokra érzékeny. A Vega mutató eredménye azt tükrözi, hogy az opciók érték, vagyis a vállalati érték volatilitása elfogadható, azonban már ez az érték is változékonyságra utal. Összességként el lehet mondani, hogy a felhasznált vételi opcióárazási modell, jól alkalmazható a vállalati érték meghatározására.

Kulcsszavak: kockázat, bizonytalanság, vállalatértékelés, reálopció, szimuláció

SUMMARY

The valuation of company is very important because provides information about the current value/situation of company, and through this, provide the opportunity of choosing the best company's growth alternatives. The future strategic decisions are characterized by lack of knowledge, information, so all measures of company's growth are closely linked with uncertainty and risk. The company's valuation process is also related with uncertainty and risk. The risk may result both from the assessed assets and the technique used. In literature, we could find three approaches for risk management: capital budgeting based method, methods based on portfolio analysis and real options approach of risk management. Among them, the real options based methods is the most revolutionary approach for risk management. The advantages of the method, consists in the fact, that the process of establishing strategic decisions integrates the possibility of reversibility, delay and rejections, which isn't it possible at two previous methods. The method also takes into account the total risk of company, so both the company-specific and systematic risk. In this study, I have used one of the best-known real option based method, the Black-Scholes model, for determining the option's value. Determination of option value is based on the data of enterprise, which was tested Monte Carlo simulation. One of the basic assumptions of the Black-Scholes model is that the value of option is influenced by several factors. The sensitivity of option's value could be carried out with so-called "Greeks". In the study the sensitivity analysis, was carried out with indicators Delta (Δ), Gamma (Γ) and Vega (v). The real options based risk management determinations were performed in the R-statistics software system, and the used modules are 'JPortfolio' and 'mc2d'. By using of real options method, I have calculated the average value of company capital equal with 38.79 million. By using simulation was carried out 1000 runs. The results of this show a relatively low standard deviation, small interquartile range and normal distribution. In the calculation of indicator Delta, could be concluded the value of company moves in 0.831 proportion to the price of options, the standard deviations of index is low, so the real option based method could be used with success in company's value estimation. The Gamma index shows the enterprise value is sensitive just for large changes. The result of Vega reflects the value of option, so the company's value volatility, which is small in this case, but this means a volatility of value. In summary, we can conclude that the call options pricing model, well suited for the determination of company's value.

Keywords: risk, uncertainty, firm valuation, real option, simulation

BEVEZETÉS

A vállalati értéknövelést és értékteremtést csak úgy lehet figyelemmel kísérni, ha ismerjük a vállalati érték fogalmát, meghatározzuk annak számszerűsítési lehetőségeit, illetve számon tartjuk a vállalati érték növelését támogató tényezőket. Damodaran (2006) szerint minden eszköz bír értékkel, legyen az pénzügyi vagy reáleszköz, aminek a meghatározása bizonyos esetben könnyebb, máskor pedig nehezebb. Véleménye szerint különböző eszközökbe történő befektetés sikeressége nagymértékben függ az eszköz értékének megértésétől, annak eredetétől. Bélyácz (1999) véleménye szerint az eszköz értékének meghatározását követően, az értékről alkotott véleményt realitásokkal kell alátámasztani. A józan befektetés elve szerint, a befektető sohasem fizet többet egy eszközért, mint amennyit az valójában ér, eszerint az eszköz ára nem haladhatja meg az eszköz értékét. Az értékelés egyik fontos jellemzője a bizonytalanság, ami egyrészt eredhet az értékelés folyamatából, magából az értékelt eszközökből, de ugyanakkor a felhasznált módszer is okozhatja azt. A vállalat gazdasági környezetéből eredő kockázat, illetve a jövőbeli stratégiai döntések bizonytalansága jelentősen növelheti az értékmeghatározás bonyolultságát. A vállalat-értékelés azért is fontos, mert a meghatározott érték alapján a vállalatnak lehetősége adódik a befektetési és a finanszírozási döntéseit olyan irányban módosítani, hogy egyrészt növelje a vállalat értékét, másrészt csökkentse a kockázatot. A hazai és a nemzetközi szakirodalomban elfogadott tény, hogy a vállalatérték meghatározására, illetve annak növelésére hozott döntések fokozhatják a kockázat és a bizonytalanság szintjét. Ezért tanulmányom célkitűzése a nemzetközi szakirodalomban létező stratégiai döntésekhez kapcsolódó kockázatkezelési módszerek kombinálása és gyakorlati példán keresztül történő bemutatása.

A vállalati értéknövelés egyrészt úgy érhető el, hogy ismeretet szerzünk a vállalati érték jelenlegi állásáról, másrészt számon tartjuk a vállalat növekedési lehetőségeit. A vállalati értéknövelés a stratégiai döntések megalapozásával érhető el, például beruházási döntésekkel, amelyek jó döntés esetén hozzáadott értéket biztosítanak a vállalat számára. Minden jövőbeli döntésnek jellemzője az információ-, az ismeret- és a tudáshiány, ami szorosan összefügg a bizonytalansággal és a kockázatossgággal. A stratégiai döntések bizonytalanságának két alapvető forrása van, egyrészt a belső, vállalatfüggő források, és a külső, a vállalattól független források. Ezek közé tartoznak a piac kiszámíthatatlan dinamikája, a politikai és a szabályozási bizonytalanság, a versenykörnyezet változásai, a vállalat szervezeti és információs rendszerének hiányosságai, az addig felhasznált technológia elavulása (Bélyácz, 2011). Ugyanakkor, ahogy azt már fentebb is említettem, az értékelési folyamathoz is kapcsolódhat bizonytalanság, ami egyrészt eredhet magából az értékelt eszközökből, de a felhasznált módszer is okozhatja azt. Az előzőekből következően a jövőbeli stratégiai döntések megalapozásában, de a vállalatértékelésben is kiemelten fontos szerepet játszik a kockázatkezelés. Brach (2003) szerint a kockázatkezelésnek három megközelítését különíthetjük el, amelyek típusait az 1. táblázatban mutatom be.

1. táblázat

A kockázatkezelés három megközelítése

Módszer(1)	Kockázatközelítés(2)	Eszköz(3)
Tőke-költségvetés(4)	Indirekt(5)	Diszkontráta(6)
Portfólióelemzés(7)	Relatív(8)	Hasonlítás(9)
Opcióárazás(10)	Direkt(11)	Valószínűség(12)

Forrás: Brach (2003)

Table 1: Three approaches to risk management

Method(1), Approach to risk(2), Instrument(3), Capital budgeting(4), Indirect(5), Discount rate(6), Portfolio analysis(7), Relative(8), Benchmark(9), Option pricing(10), Direct(11), Probability(12), Source: Brach (2003)

A tőke-költségvetés módszer a projektberuházás neoklasszikus elméletére épül, ami nem ismeri el a jövőbeli stratégiai döntések, mint például a beruházási döntések, három alapvető jellemzőjét: a visszafordíthatóságot, a jövőbeli pénzáramok bizonytalanságát, illetve az időzítés lehetőségét (Dixit és Pindyck, 1994). A tőke-költségvetés módszere, vagy másképpen a diszkontált pénzáram (DCF) módszer a kockázatot a diszkontráta építi be, majd ezzel a rátával – a tőke használati költségével – diszkontálja a projekt pénzáramait, ami a legtöbb esetben a vállalati tőkeköltség súlyozott átlaga (WACC). A felhasznált diszkontráta a pénzáramok kockázatossgát. A módszer azonban nem számol azzal, hogy a jövőbeli pénzáramok bizonytalansága változó a projekt lefutása alatt, ezért különböző diszkontrátákat kellene alkalmazni. Ahhoz, hogy a projekt tényleges nettó jelenértékét (NPV) megkapjuk, a jövőbeli pénzáramok diszkontált értékeinek összegéből ki kell vonni a befektetett pénzüsszeget. Amennyiben a megvalósítandó projekt nettó jelenértéke (NPV) pozitív, a beruházást érdemes megvalósítani, illetve ha negatív, akkor a projekt elvetése szükséges. A módszer egyik fontos kritikája abban rejlik, hogy nem számol azzal, hogy a projekt részben visszafordítható, illetve a döntéshozó rugalmassággal rendelkezik a projekt megkezdésének időpontjával kapcsolatban. A döntések megalapozásában a visszafordíthatatlanság, abban jelenik meg, hogy a döntéshozó azt feltételezi, hogy az adott projektet „most vagy soha” kell megvalósítani. Ennek megfelelően, pozitív döntés esetén a projekt megvalósítása nem tűr halasztást. A módszernek másik nagy hiányossága, hogy kockázatot indirekt módon próbálja megragadni (Bélyácz, 2011). Ezen kívül nem veszi figyelembe csak a szisztematikus, piaci kockázatot, a diverzifikálható, vállalatspecifikus kockázatot figyelmen kívül hagyja, aminek az is lehet a következménye, hogy a kockázat szintjét alábecsüli.

Míg a tőke-költségvetés módszer a belső értéket keresi, addig a portfólióelemzésre épülő relatív elemzés a piacra és annak változásaira támaszkodik (Damodaran, 2006). A portfólióelemzés módszer esetén a projektmenedzser feladata, hogy felismerje a projekt relatív kockázatának hozzájárulását a vállalat teljes kockázatát átfogó vállalati portfólióhoz, illetve felmérje, hogy az új projekttel bővített portfólió hogyan viszonyul az előre meghatározott összehasonlítási alaphoz (Brach, 2003). Ennek a módszernek a segítségével lehetőség nyílik a portfólióbeli kockázat diverzifikációjára és ugyanakkor annak csökkentésére is. Ennek megvaló-

sítása úgy lehetséges, hogy a projektmenedzser új projektek, eszközök hozzáadását a vállalati portfólióhoz akkor engedélyezi, ha az növeli a kockázatmegtérülést. A portfólió elméletnek megfelelően, a relatív értékelésnek egyik fontos jellemzője, hogy az új projekt kockázatát egy hasonló eszköz kockázatához viszonyítja. Ennél a módszernél szerepet játszik a piaci, szisztematikus kockázat, illetve a kockázatmentes ráta is. Tulajdonképpen a relatív kockázatértékelés segítségével, a projektmenedzser azt próbálja felmérni, hogy a jövőbeli pénzáramok alakulása, a projekt megtérülése mennyire érzékeny a piaci tényezők változására. Ennek a módszernek egyik nagy hiányossága, hogy nehezen lehet meghatározni a béta (β) mint relatív kockázati jellemző és a vállalat jövőbeli pénzáramai alakulásának összefüggését.

A diszkontált pénzáram (DCF) és a portfólióelemzés mellett, egyedül az opcióárazási módszer az, amelyik a kockázatkezelésben számba veszi a projekt specifikus kockázatát, és közvetlen módon méri is azt. A kockázatkezelés egyik legforradalmibb és legjelentősebb fejlődése az opcióárazási modell alkalmazása, amit munkáiban lefelől Stewart Myers említett 1977-ben (Myers, 1977). A diszkontált pénzáram (DCF) módszerre épülve, az opcióárazási módszer eltörlő annak alapfeltevéseit, azaz figyelembe veszi a késleltetés lehetőségét és a visszafordítás opcióját. Emellett, a jövőbeli pénzáramok esedékességének megfelelően, valószínűségeket rendel az adott projekt pénzáramainak bekövetkezéséhez. Így a jövőbeli pénzáramok értéke nem homogén, egyenletes, mint az a diszkontált pénzáramok módszernél jellemző. A DCF módszerektől eltérően, az opcióárazási módszer a projektértékelésben figyelembe veheti a jövőbeli pénzáramokon kívül a halasztási opció, az elvetési opció, illetve a növekedési opció értékét. Smit és Moraitis (2010) szerint a vállalatértékelésben használt reálopciók megközelítés felhasználásával a vállalati értéket a következőképpen lehet meghatározni: a várható jövőbeli pénzáramok diszkontált értéke, amely nem feltételez vállalati növekedést, illetve a vállalati növekedési opció értékének a jelenértéke. Koller et al. (2010), Brandão et al. (2005) és Trigeorgis (1993) véleménye szerint az opcióárazási modell sokkal hatékonyabb módszer kockázatértékelésre, mint a hagyományos DCF modell. Az opcióárazási modellnek megfelelően, a stratégiai döntések a menedzseri rugalmasságnak alárendeltek, ami lehetőséget nyújt a megvalósítandó projekt irányának a megváltoztatására és ugyanakkor a kockázat korlátozására is. Az opcióárazási modellnek az egyik nagy érdeme, hogy a piaci feltételeknek megfelelően, a döntéshozó rugalmassággal rendelkezik abban, hogy a projektet csak akkor kezdeményezze, amikor az a vállalatnak a legjobban megéri, amikor a maximális megtérülés minimális szintű kockázat mellett biztosítva van. Dzyuma (2012) szerint a reálopciók módszer jól alkalmazható abban az esetben, amikor egy vállalat egy új területre, piacra szeretne belépni, amire egyértelműen jellemző a piaci tényezők kiszámíthatatlan alakulásának kockázata.

Az opcióárazási módszer, mint kockázatkezelési eszköz, elveiben a pénzügyi opción alapszik. A pénzügyi opció egyik fontos tulajdonsága, hogy opciós jogot ad egy adott eszköz kötési áron történő megvásárlására vagy eladására, egy előre meghatározott időpontban.

Fontos megjegyezni, hogy a származékos ügyletek közül az opció az egyedüli olyan eszköz, amelyik jogot, és nem kötelezettséget ad az alapeszköz megvásárlására, illetve eladására. Az opció megvásárlója maga dönthet arról, hogy érvényesíti a jogát vagy nem az opció lejártakor. Vételi opció esetén a jog akkor kerül érvényesítésre, ha az alapeszköz ára meghaladja a szerződésben foglalt kötési árat, amennyiben az alapeszköz ára a kötési ár alatt marad, a tulajdonos nagy valószínűséggel nem fogja azt érvényesíteni.

Az egyik legismertebb opcióértékelési módszer a Black-Scholes modell, amit részvények európai típusú opcióértékelésére alkalmaztak (Black és Sholes, 1972). A modell szerint, amennyiben a részvényár nem változik, a vételi opció értéke megegyezik a részvényár és kötési ár diszkontált értékének különbözetével. Amennyiben a részvényár az egyik időszakra a másikra változik, akkor az egyenletet korrigálni kell a bizonytalanság miatti variabilitással. A Black-Scholes modell a diszkontált pénzáram módszerhez képest, a kockázatkezelésnek az egyik legújabb megközelítését adja. A modell létrehozása során, a szerzők arra összpontosítottak, hogy a stratégiai projekt értékének meghatározása mellett, meghatározzák azokat a ható tényezőket is, amelyek befolyásolják a projekt értékét és kockázatát. Black volt az, aki megállapította, hogy az opció értéke nem függ a mögöttes termék megtérülési rátájától (Bélyácz, 2004). A pénzügyi opciók értékelése során az egyik feltevés, hogy a volatilitás és a variabilitás befolyásolja az opció értékét. Az elemzők az úgynevezett „görögök” segítségével próbálják vizsgálni a pénzügyi opciók érzékenységét bizonyos bizonytalansági paraméterekre (Brach, 2003). Az opció értékére több tényező van hatással, amelyek közül az alaptermék ára, a változékonyság, a kockázat, a lejárat idő és a kamataráta különíthetők el (Damodaran, 2006). Ezek közül kiemelném az egyik legfontosabbat, a kockázatot, aminek növekedésével az opció értéke is növekszik. Rogier (2013) szerint a variabilitás és a volatilitás van a legnagyobb hatással az opcióérték növekedésére. Az opciós ügyletek az egyedüli olyan ügyletek, amelyek esetében a bizonytalanság, a változékonyság növekedése növeli az értéket. A Black-Scholes modell azt feltételezi, hogy az eszköz variabilitása geometriai Brown jellegű mozgással jellemezhető, illetve az ár eloszlása normál eloszlást követ (Rogowski, 2008).

Stratégiai döntések megalapozásában, a pénzügyi opción alapuló reálopciók megközelítés az egyetlen, amelyik az értékelésben figyelembe veszi a döntéshozó rugalmasságát, mint reagálási lehetőséget a jövőbeli információkra. A döntések nagy részét, mint például egy beruházási döntést, változó körülmények között kell meghozni, és a reálopciók értékelés az a módszer, amelyik lehetőséget ad a cselekvésre, a halasztásra vagy a lemondásra (Urbanek, 2008). Mun (2002) az opcióárazási módszert egy kanyargós utakat tartalmazó, bonyolult térképpel hasonlítja össze. Véleménye szerint a stratégiai tervezés nagyon jól hasonlítható ahhoz a példához, amelyben az utazó, illetve a döntéshozó mindig a célhoz érő leggyorsabb és legrövidebb utat szeretné választani. Azonban az út tele van akadályokkal, és ez jellemző a stratégiai döntésekre is, viszont az biztos, hogy létezik egy út, amely lehetőséget biztosít a cél megvalósításához. A reálopciók megközelítés is

hasonló egy ilyen akadályokkal teli úthoz, viszont a leglényegesebb dolog, hogy mindig van másik lehetőség, egy másik út is, és ezt teszi lehetővé ez a módszer (Mun, 2002).

A reálopciók megközelítésben, Copeland és Antikarov (2001) szerint, a reálopció értéke a következő paraméterek felhasználásával kerül meghatározásra: a mögöttes eszköz értéke, a kötési ár, a lejárat idő, a mögöttes eszköz értékének volatilitása, a kockázatmentes ráta, illetve az osztalék. A pénzügyi opcióhoz hasonlóan, a variabilitásnak van a legjelentősebb befolyása az opció értékére, ami minden esetben csak növelheti az értéket. A volatilitás mérőszáma az eszközből származó megtérülési ráták szórása. Hull (2008) szerint a paraméterek közül kockázatmentes ráta az adott időperiódusra vonatkozó államkötvény-, illetve kincstárjegyhozamok használhatók fel. A stratégiai projekt tervezett jövőbeli pénzáramai is felhasználásra kerülnek a projekt kockázatosságának meghatározásához, amit Monte Carlo szimuláció segítségével lehet vizsgálni. Ez azért nagyon fontos, mert ilyen módon meg tudjuk határozni a releváns paramétereket.

Borison-Triantis (2001) szerint az reálopciók mérési módszereket három nagy részre lehet bontani: binomiális (trinomiális) módszer, korrigált kockázatra alapuló döntési fa módszer, illetve a Monte Carlo szimulációs módszer.

A binomiális megközelítésben, egy diagram segítségével szemléltetik az eszköz árváltozásának különböző változatait, amelyekhez valószínűségeket rendelnek. A binomiális alapú módszer esetében az eszköz ára két irányba változhat, p és $(1-p)$ valószínűségekkel. A trinomiális módszer három lehetőséget vesz figyelembe az eszközár változásában. Ennek a módszernek egyik nagy hiányossága, hogy a valószínűségek meghatározásában nem veszi figyelembe a kockázatot.

A korrigált kockázaton alapuló döntési fa módszer általános módszernek mondható, amely több lehetőség és különböző bizonytalansági szintek figyelembevételét teszi lehetővé. Ebben az esetben, a jövőbeli várható pénzáramok diszkontálása a korrigált kockázati ráta függvényében történik. Egyik nagy előnye, hogy mind a piaci, mind a specifikus kockázatot figyelembe tudja venni (Rogier, 2013).

A Monte Carlo szimuláción alapuló modell, a reálopció értékelés egyik legösszetettebb módszere, amely a döntéshozó rugalmasságát valószínűség segítségével építi be a döntési problémában. A bizonytalanság alapértelmezett, meghatározott eloszlása szerint különböző scenáriókat generál a projekt jövőbeli pénzáramaira vonatkozóan. A reálopció értéke kiszámításra kerül minden egyes scenárió esetében, majd az összes scenárió átlagának diszkontált értéke fogja képezni a projekt reálopció értékét.

ANYAG ÉS MÓDSZER

A kutatás során az alapvető cél egy olyan modell összeállítása volt, amelynek segítségével direkt módon kezelni lehet a kockázatot, és megfelelően vizsgálni lehet a modell érzékenységét is.

Az elemzés során, a vállalatértékelésben felmerülő kockázat meghatározását reálopció módszernek Monte Carlo szimulációval történő összekapcsolásával, illetve a „görögök” segítségével végeztem el. A három fentebb említett opcióárazási módszer közül a Black-Scholes módszer került felhasználásra. Black és Scholes munkássága a vételi (call) opció értékének meghatározására koncentrálnak, amit egy parciális differenciál egyenlettel írtak le, és amelynek a végeredményét ma Black-Scholes formulaként ismerjük, ami a következőképpen írható le:

$$\text{Vételi (call) opció értéke} = S * N(d_1) - K * e^{-rt} * N(d_2) \quad (1)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) * t}{\sigma * \sqrt{t}} \quad (2)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma * \sqrt{t} \quad (3)$$

ahol,

S – a mögöttes eszköz értéke, azaz a cég eszközeinek értéke;

K – az érvényesítési ár, azaz a fennálló hitel névértéke;

t – az opció lejáratáig hátralevő idő, azaz a hitel súlyozott átlagos futamideje;

σ^2 – a mögöttes eszköz értékének varianciája, azaz a cég részvényeinek (értékének) varianciája;

r – a kockázatmentes ráta, azaz az hitel futamidejéhez igazodó államkötvény hozamrátája;

$N(d)$ – standard normál véletlen változó kumulált valószínűség-eloszlási függvénye (Broyles, 2003).

A Black-Scholes modell feltevése szerint az opció értéke számos paramétertől függ. Ezek közé tartoznak a mögöttes eszköz jelenlegi értéke, a kötési vagy érvényesítési ár, az opció hátralevő futamideje, a volatilitás és a kamatláb. A kötési ár legtöbbször rögzített és nem változik az opció futamideje során, ezért többi négy tényező számbavétele is lényeges az opció értékének meghatározásában. Az opció értékének ezekre való érzékenységét, a szakirodalomban az úgynevezett „görögök” segítségével mérik: Delta (Δ), Gamma (Γ) és a Vega (v)¹ (Würtz, 2004).

A Delta (Δ) az egyik legfontosabb érzékenységi mutató, amelyik az opció értékének változási arányát méri a mögöttes termék értékmozgásaira vonatkozóan. A Delta az értékfüggő elsőfokú deriváltja a mögöttes eszköz függvényében. A Delta értéke megmutatja, hogy az opció értéke mennyire mozog együtt a mögöttes termék, vagyis a vállalatértékével. Ennek megfelelően, ha a Delta értéke 0 vagy 0-hoz közeli érték, akkor elmondható, hogy az opció értékének alakulása nem követi a mögöttes termék, a vállalati érték változásait. Amennyiben a Delta 1 vagy 1 körüli értéket vesz fel, az azt jelenti, hogy az opció értékének alakulása követi a vállalati érték változásait.

Gamma (Γ) az előző Delta mutató változásának az arányát méri, a vállalati érték változásaira vonatkoztatva. A Gamma az értékfüggő második deriváltja. A

¹Ilyen görög betű nincsen, de mégis a görögök között említik a szakirodalomban.

Gamma tehát azt méri, hogyan változik az opció Deltája, a mögöttes eszköz kismértékű ármozgására. A Gamma szerepe szintén, nagyon fontos, mivel korrigálja az értékek konvexitását.

A Vega (v), amelyet Zetta és Kappa-ként is ismerünk, az opciós érték mozgását adja meg a volatilitásra vonatkozóan. A magasabb szintű volatilitás nagyobb bizonytalanságra utal. Amennyivel növekszik az eszköz volatilitása, úgy növekszik az opció értéke is. Matematikailag, a Vega az opció értékének deriváltja a mögöttes eszköz volatilitása, azaz a cégérték varianciájának függvényében.

A reálopciók kockázat értékelése során, a számításokat az R statistics programrendszerben végeztük el, amelynek egyik nagy előnye, hogy szabad forráskódú, illetve rendelkezik bizonyos modulokkal, amelyek lehetővé teszik az adott elemzés elvégzését. Másik nagy előnye, hogy összekapcsolható az Excel táblázatkezelővel, ami segíti az adatok kezelését. A tanulmányban, az opció értékének meghatározásához, illetve az érzékenységi vizsgálatok elvégzéséhez, az 'fOptions' modul került felhasználásra.

Mint statisztikai módszer, a Monte Carlo szimuláció a kockázatkezelésnek egy speciális megközelítését biztosítja. A feltételezett gyakorlati példán keresztül, kialakított kockázatkezelési modell kipróbálása, működtetése és számítógépes tanulmányozása, Monte Carlo szimuláció segítségével történt, amely megmutatja annak valódi viselkedését a megadott feltételek mellett. A szimulációs modell futtatásához, az R statisztikai programrendszerben rendelkezésre álló két-dimenziós Monte Carlo szimulációt ('mc2d') használtam fel. A két-dimenziós Monte Carlo szimuláció lényege, hogy a paraméterek eloszlását külön választja, annak megfelelően, hogy az változékonyság (variability) vagy bizonytalanság (uncertainty). A változékonyság alatt, azt értjük, hogy egy adott változó értéke meghatározható más változó alapján, viszont a dinamikus rendszerekre jellemző változás miatt ez nem tekinthető állandónak. A változékonyság alatt gyakran az adatok időbeli, térbeli heterogenitását is érthetjük. A bizonytalanság alatt azt lehet érteni, hogy egy adott tényező értékére egyéb rendszeren kívüli tényezők is hatással vannak, amelyeknek a meghatározása bonyolult vagy lehetetlen (Pouillot et al., 2013). Jelen vizsgálat során az mc2d szimulációs modult, mint egy dimenziós modellt használtam, azaz csak a bizonytalansággal számoltam. A szimuláció megvalósítása, az 'mc2d' modulban a következő információk segítségével lehet elvégezni: az érdekelt változó, ami jelen esetben az opció értéke, egy paraméter, amelyik az érdekelt változó eloszlásáról ad információt, illetve egy olyan paraméter, mely a bizonytalansági tényező eloszlását mutatja.

A vételi (call) opció értékének meghatározása egy modell-vállalat mérlegadatain alapszik, illetve bizonyos piaci adatokra, például a kockázatmentes kamatláb értéke. A vállalati értéket a szabad cash flow² felhasználásával határoztam meg. A modell-vállalat adatait, illetve az opció érték paramétereit a 2. táblázatban mutatom be.

2. táblázat

A modell-vállalat adatai

Sorszám(1)	Megnevezés(2)	Összeg(3)
1.	A cégérték (S)(4)	107 000 000
2.	Hitel névértéke (K)(5)	81 500 000
3.	Hitel súlyozott átlagos futamideje (t)(6)	4,05 év
4.	A cég értékének változékonysága (CV ²)(7)	0,003175
5.	Kockázatmentes ráta (r)(8)	4,41%

Table 2: The data of model-enterprise

Number(1), Title(2), Sum(3), Corporate value(4), Debt nominal value(5), Weighted average maturity of corporate debt(6), Corporate value volatility(7), Risk-free interest rate(8)

A vállalati érték meghatározása a cég eszközeinek értékén alapul. A hitel névértéke a vállalat rövid és hosszú lejáratú hiteleinek összegét jelenti. A hitel súlyozott átlagos futamideje a vállalat rövid és hosszú lejáratú hitelek futamidejének a súlyozott átlagát tükrözi. A cégérték változékonysága a múltbeli vállalat érték adatainak varianciája alapján került meghatározásra. A kockázatmentes ráta a 4 éves futamidejű magyar államkötvény hozamát használtuk fel. Az átlagos tőkeköltség, a cég saját tőke költsége és a hitelek súlyozott átlagos költségének függvényében került kiszámításra.

A modellezés használata során kipróbálásra került, hogyan lehet összekapcsolni az 'fOptions' opcióértékelési és az 'mc2d' szimulációs modulokat. Az összekapcsolás azért jelent problémát, mert az 'mc2d' modul nagyon speciális fastruktúrát képez. Ugyanakkor a „görögöknek” a bevonása a kockázatelemzésbe fontos lépés, mivel a kialakított modell érzékenységének a vizsgálatában komoly segítséget nyújthat.

A szimuláció során csak egydimenziós szimulációt végeztem, elkerülendő a túlságosan nagy tömbök létrejöttét, ami nehezítette volna az eredmények kiértékelését. A szimulációs modellbe két véletlen változó került beépítésre a cégérték relatív varianciája, valamint a kockázatmentes kamatrátá, amely változóról azt feltételeztem, hogy normál eloszlást követnek.

EREDMÉNYEK

A számításokkal, a kockázatkezelésen és érzékenységvizsgálaton túl, azt szeretném bemutatni, hogy egy viszonylag nagymértékben eladósodott cégnek is lehet értéke. Az opcióárazási modell segítségével meghatározásra kerül a vállalat saját tőkéjének az értéke. A 2. táblázatból látható, hogy a 107 millió Ft-os cégértékkel szemben 81,5 millió Ft-os hitelérték van. Ha automatikusan a két érték különbségét vennénk, akkor azt kapnánk, hogy a saját tőke értéke 25,5 millió Ft. Ha így számolnánk, akkor nem vennénk figyelembe, hogy a hitelt 4,05 év alatt kell visszafizetnünk, azaz a hitel értékelésekor számolnunk kell a pénz időértékével is. A számítások elvégzése után a vállalat értékére a 3. táblázatban szereplő statisztikai jellemzőket kaptuk.

²A cikkben terjedelmi korlátok miatt a szabad cash flow-val, és az annak a segítségével történő vállalati érték meghatározásra nem foglalkozok, annak részlete leírása megtalálható Damodaran (2006) könyvében.

3. táblázat

A vállalati érték statisztikai jellemzői

Sor-szám(1)	Statisztikai jellemző megnevezése(2)	Érték (eFt)(3)
1.	Minimum(4)	35 152
2.	Alsó kvartilis(5)	38 105
3.	Átlag(6)	38 790
4.	Medián(7)	38 782
5.	Felső kvartilis(8)	39 521
6.	Maximum(9)	41 932
7.	Szórás(10)	980
8.	Relatív szórás(11)	2,53%
8.	95%-os konfidencia intervallum(12)	36 967
9.	95%-os konfidencia intervallum(12)	40 594

Table 3: The statistical characteristics of corporate value

Number(1), Name of statistical characteristic(2), Value(3), Minimum(4), 1st quartile(5), Average(6), Median(7), 3rd quartile(8), Maximum(9), Standard deviation(10), Coefficient of variation(11), 95% confidence interval(12)

A 3. táblázatból láthatjuk, hogy az előzőekben kiszámított 25,5 millió Ft saját tőkeértékkel szemben 38,79 millió Ft-os átlagos saját tőkeértéket kapunk, amiből az is következik, hogy a hitelünk jelenértéke 107–38,79=68,21 millió Ft. A szimuláció során 1000 modell-megoldást generáltam. A 3. táblázatban ennek az 1000 modell-megoldásnak az eredményei láthatók, amelyet nagyon kis relatív szórás jellemez. Azt is megállapíthatjuk, hogy az interkvartilis terjedelem is elég kicsi, az értéke 1,417 millió Ft. A vállalati értékeket hisztogrammal és boxplot diagrammal is ábrázoltam, amelyek könnyen áttekinthetően bemutatják a kapott eredményeket.

Az 1. ábrán lévő hisztogramból láthatjuk, hogy a kapott adatok közel normál eloszlást követnek. A boxplot diagramról pedig az látszik, hogy az adatok középső 50%-a egy viszonylag szűk intervallumban helyezkedik el, és a medián feletti és alatti terület körülbelül ugyanakkora. Ez utóbbi megállapítások azt támasztják alá, hogy egyrészt az adatok közel normál eloszlást követnek, illetve viszonylag szűk intervallumban helyezkednek el. Az 1. ábra boxplot diagramjából az is látható, hogy nagyon kevés a kiugró érték, amelyeket a maximum és a minimum vonal feletti, illetve alatti karikák jelölnek. A boxplot diagram azokat az értékeket tekinti kiugróknak, amelyek az alsó, illetve a felső kvartilistől számítva az interkvartilis terjedelem másfélszeresén kívül esnek.

A 4. táblázatban az ún. „görögök” esetében kapott értékeket mutatom be, a hozzájuk kapcsolódó statisztikai jellemzőkkel. A táblázatban szereplő Delta érték azt jelzi, hogy az opcióval elég jól leírható a vállalati érték. Ha egy kicsit leegyszerűsítjük, akkor azt mondhatjuk, hogy az opció ára (a saját tőke értéke) és a mögöttes eszköz értéke, vagyis a vállalati érték átlagosan 0,831 mértékben mozog együtt az opció árával. A mutató szórása nagyon kicsi és a 95%-os konfidenciasáv is elég szűknek mondható, amely mutatók alátámasztják azt, hogy az opcióértékelési modellel a saját tőke értéke jól becsülhető. A Gamma érték azt jelzi, hogy a Delta csak nagyobb vállalati érték elmozdulásokra

érzékeny, a kis elmozdulások nem okoznak érdemi változást a Delta értékében. Ennél a jellemzőnél már jóval nagyobb relatív szórással és konfidencia-intervallummal találkozhatunk, de mivel a Gamma értékei nagyon alacsonyak az előző megállapítást nem kérdőjelezi meg. A Vega esetében kapott 3 607 276 átlagos érték a 38 790 000-os vállalati érték átlaghoz viszonyítva nem túlságosan jelentős érték, így azt mondhatjuk, hogy az opció (vagyis a saját tőke érték) volatilitása elfogadható, mert az érték kisebb, mint a saját tőke értékének 10%-a. Ugyanakkor ez az érték már nem mondható jelentéktelennek, vagyis a saját tőkeérték volatilitásával, változékonyságával számolni kell.

1. ábra: A vállalati érték hisztogramja és boxplot diagramja

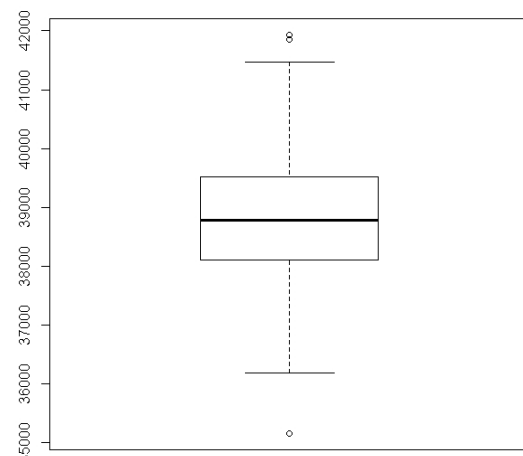
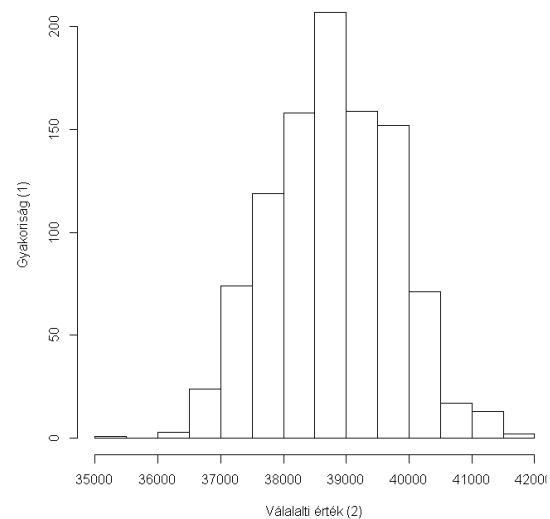


Figure 1: Histogram and boxplot diagram of corporate value Frequency(1), Corporate value(2)

A 2. ábrán a „görögök” boxplot diagramjait mutatom be, amelyek jól áttekinthetően tükrözik vissza a 4. táblázathoz kapcsolódóan leírtakat.

Összességében megállapítható, hogy a használt vélteli opcióárazási modellel jól le lehet írni a vállalati saját tőke értékét, és az opció értékének a változása elég jól együtt mozog a mögöttes értékkel, vagyis a vállalati értékkel.

A „görögök” statisztikai jellemzői

Sorszám(1)	Statisztikai jellemző megnevezése(2)	Delta	Gamma	Vega
1.	Minimum(3)	0,794	$1,027 * 10^{-10}$	189 229
2.	Alsó kvartilis(4)	0,822	$1,063 * 10^{-9}$	2 648 029
3.	Átlag(5)	0,831	$1,350 * 10^{-9}$	3 607 276
4.	Medián(6)	0,831	$1,340 * 10^{-9}$	3 506 894
5.	Felső kvartilis(7)	0,840	$1,637 * 10^{-9}$	4 455 672
6.	Maximum(8)	0,878	$2,677 * 10^{-9}$	8 409 901
7.	Szórás(9)	0,012	$4,207 * 10^{-10}$	1 344 217
8.	Relatív szórás(10)	1,44%	31,06%	37,26%
8.	95%-os konfidencia intervallum(11)	0,808	$5,770 * 10^{-10}$	1 296 580
9.	95%-os konfidencia intervallum(11)	0,854	$2,210 * 10^{-9}$	6 493 393

Table 4: The statistical characteristics of corporate value
 Number(1), Name of statistical characteristic(2), Minimum(3), 1st quartile(4), Average(5), Median(6), 3rd quartile(7), Maximum(8), Standard deviation(9), Coefficient of variation(10), 95% confidence interval(11)

2. ábra: A „görögök” boxplot diagramjai

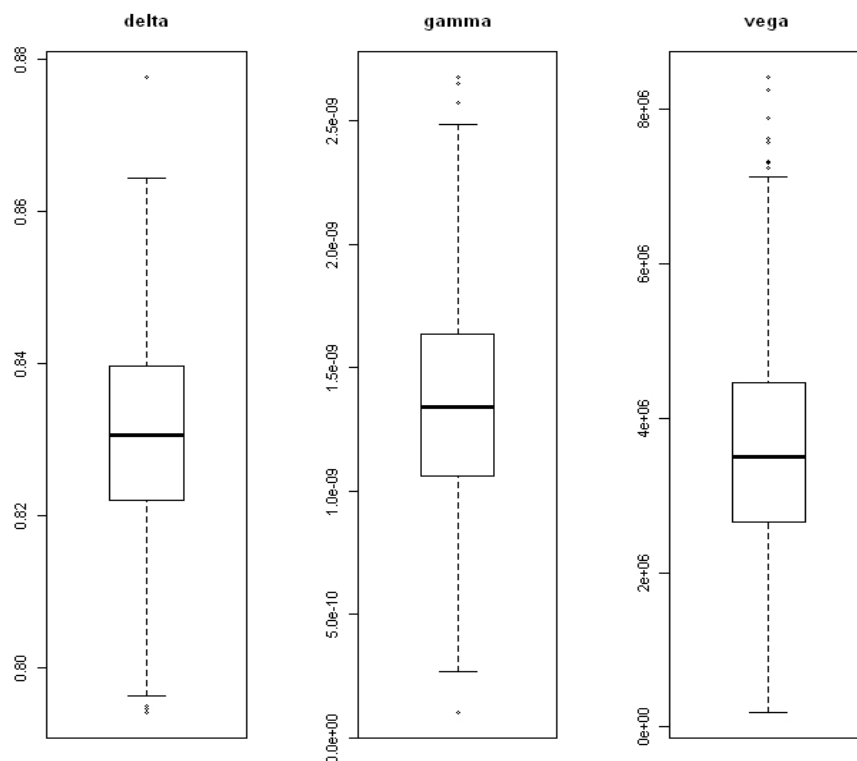


Figure 2: Boxplot diagrams of „Greeks”

KÖVETKEZTETÉSEK

Jelen tanulmányban egy olyan módszer bemutatásával foglalkoztam, amelynek az erőteljesebb elterjedése az elmúlt 10–15 évben indult el. Elterjedését az gyorsította fel, hogy egyre több olyan gazdasági értékelési probléma jelent meg, amelyek a hagyományos diszkontált cash flow alapú értékeléssel már nem voltak megoldhatók.

A leírtak alapján azt a következtetést vonhatjuk le, hogy az előzőekben leírt problémák megoldására jól felhasználhatók a reálopciók árazási modellek. Azt

azonban mindenképpen hangsúlyozni kell, hogy ez a módszer nem a korábbi DCF módszer teljes helyettesítésére jött létre, hanem annak támogatására, kiegészítésére.

A bemutatott modellel kapcsolatban azt a következtetést vonhatjuk le, hogy az jól alkalmazható a vállalati érték meghatározására. Ez a modell is annak a bizonyítéka, hogy a megfelelő eredményhez a módszerek kombinálásával juthatunk el.

A bemutatott modellszámítások alapján megállapíthatjuk, hogy a kialakított vállalatértékelési modell viszonylag megbízható eredménnyel működik. A szá-

mítások megbízhatóságát növeli az opcióárazási modellnek a szimulációs modellel történő összekapcsolása, ami lehetőséget biztosít az eredmények alaposabb elemzéséhez, és jobban értékelhető eredményekhez juthatunk az úgynevezett „görögök” esetében is.

A fentebb kiszámolt „görögök”-nél megállapítottam, hogy az opció értéke, csak a mögöttes vállalati érték nagyobb mértékű változásának hatására mozdul el. A modell tökéletesítésével talán elérhető lenne, hogy az opció értéke pontosabban tükrözze a vállalat értékének változásait, ami a Delta értékének egyhez való

közeledését jelentené. A kapott „görögök” alapján megállapíthatjuk, hogy az opció elfogadhatóan tükrözi a vállalat saját tőkéjének az értékét, és egészen együtt mozog azzal.

A modellt tovább kívánom fejleszteni a bemeneti paraméterek eloszlásának meghatározásával, illetve tovább szeretném finomítani a vállalati érték meghatározását is, ami jelen modellben még eléggé leegyszerűsítve szerepel. Ezzel a vizsgálattal a modell kipróbálása és a kapott eredmények bemutatása volt a célom, illetve hogy igazoljam a modell alkalmazhatóságát.

IRODALOM

- Bélyác I. (1999): Vállalati tőkefinanszírozás, Janus Pannonius Egyetemi Kiadó. Pécs.
- Bélyác I. (2004): A kockázat változó szerepe az értékszámításban. Akadémiai székfoglaló előadás anyaga. 2004. november 22.
- Bélyác I. (2011): Stratégiai beruházások és reálopciók. Aula Kiadó. 247.
- Black, F.–Scholes, M. (1972): The valuation of option contracts and a test of market efficiency. *Journal of Finance*. 27: 399–417
- Borison, A.–Triantis, A. J. (2001): Real Options: State of the practice. *Journal of Applied Corporate Finance*. 14. 2: 8–24.
- Brach, M. (2003): Real options in practice. John Wiley & Sons Inc. England. 12.
- Brandão, L. E.–Dyer, J. S.–Hahn, W. J. (2005): Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems. *Decision Analysis*. 2. 2: 69–88.
- Broyles, J. (2003): Financial management and real options, John Wiley & Sons Inc. England.
- Copeland, T. E.–Antikarov, V. (2001): Real Options: A Practitioner's Guide. Texere Publishing. New York. USA
- Damodaran, A. (2006): A befektetések értékelése. Módszerek és eljárások. Panem Könyvkiadó. 1.
- Dixit, A. K.–Pindyck, R. S. (1994): Investment under Uncertainty. [In: Rogier, van A. Financial Engineering and Management.] University of Twente. PhiDelphi Corporate Finance. Princeton University Press. New Jersey. 23.
- Dzyuma, U. (2012): Real options compared to traditional company valuation methods: Possibilities and constraints in their use, e-Finanse: Financial Internet Quarterly. 8. 2: 51–68.
- Hull, J. C. (2008): Options, Futures, and Other Derivatives. 7th ed. Prentice Hall.
- Koller, T.–Goedhart, M.–Wessels, D. (2010): Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies. 5th ed. Hoboken. John Wiley & Sons Inc. NJ. USA
- Mun, J. (2002): Real Option Analysis – Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. John Wiley & Sons Inc. New York. USA
- Myers, S. C. (1977): Determinants of Corporate Borrowing. *Journal of Financial Economics*. 5: 147.
- Poulliot, R. M.–Delignette, L.–Muller, D. L.–Kelly, J.–Denis B. (2013): The “mc2d” package.
- Rogier, van A. (2013): Financial Engineering and Management. University of Twente. PhiDelphi Corporate Finance. 23.
- Rogowski, W. (2008): Opcje realne w przedsiębiorstwach inwestycyjnych. Szkoła Główna Handlowaw Warszawie. Oficyna Wydawnicza. Warszawa.
- Smit, H. T. J.–Moraitis, T. (2010): Serial Acquisition Options. *Long Range Planning*. 43. 1: 85–103.
- Trigeorgis, L. (1993): The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options. *Journal of Finance and Quantitative Analysis*. 28: 1–20.
- Urbanek, G. (2008): Wycena aktywów niematerialnych przedsiębiorstwa. PWN. Warszawa.
- Würtz, D. (2004): Computing with R and S-Plus For Financial Engineers. Part IV – The Valuation of Options. Institut für Theoretische Physik. ETH Zürich. RMetrics package of R Statistics System.