

Nyomásfüggő akusztikus sebesség adatok globális inverziója új kőzetfizikai modell alapján

Global Inversion of Pressure Dependent Acoustic Velocity Data Based on a New Rock Physical Model

J. SOMOGYINÉ MOLNÁR¹, T.E. DOBRÓKA²

¹egyetemi docens, tudományos munkatárs, Miskolci Egyetem, Elektrotechnikai és Elektronikai Intézeti Tanszék, MTA-ME Műszaki Földtudományi Kutatócsoport, gfmj@uni-miskolc.hu

²kutató informatikus, Miskolci Egyetem, Alkalmazott Földtudományi Kutatóintézet, MTA-ME Műszaki Földtudományi Kutatócsoport

Absztrakt. A cikkben a korábban már publikált egyszeres exponenciális kőzetfizikai modell továbbfejlesztését, az új többszörös exponenciális kőzetfizikai modellt mutatjuk be, amely leírja az akusztikus longitudinális hullámsebesség nyomásfüggését. Mivel a kőzetben a nyomás fokozásával egyidejűleg több relaxációs folyamat (pl. mikrorépedések vagy, pórustérfogat záródása, vagy szemcsehatárokon történő súrlódás, stb.) is okozhatja a terjedési sebesség növekedését, a modell egyszerre több mechanizmust képes kezelni. A korábban alkalmazott linearizált inverziós eljárás a lokális minimumban elakadhat, ezért az abszolút minimumot adó globális optimalizálás módszerét alkalmaztuk a laboratóriumban mért longitudinális sebesség-nyomás adatok feldolgozása során. A kifejlesztett modellegyenletet Simulated Annealing algoritmusban válaszgyenlekként alkalmazva a modell kőzetfizikai paramétereit meg lehetett határozni. Az inverziós eredmények igazolták, hogy az új modellel és algoritmussal számított adatok pontosabban illeszkednek a kőzetmintán mért adatokhoz.

Kulcsszavak: nyomás, kőzetfizikai modell, hullámsebesség, inverzió, relaxáció

Abstract. In this paper with the further development of our previously published single exponential model, the new multiple exponential model describing the pressure dependence of acoustic longitudinal wave velocity is presented. Since with increasing pressure in the rock several relaxation mechanisms at the same time can cause the increasing propagation velocity, the new model can handle two or more physical mechanisms (e.g. the closure of pore volume or microcracks or friction on grain boundaries etc.). The previously applied linearized inversion procedure can trap in a local minimum, so during laboratory measured longitudinal velocity-pressure data processing a global optimization method was used to find the absolute minimum. Using the developed model equation as response equation in a Simulated Annealing algorithm the petrophysical parameters of the model can be determined. Inversion results proved that the calculated data using the new model and algorithm matched more accurate with measured data on a rock sample.

Keywords: pressure, rock physical model, wave velocity, inversion, relaxation

Bevezetés

A nyersanyag kutatás során a rugalmas hullámok terjedésén alapuló módszereket gyakran alkalmazzák. Terepi körülmények között fúrólukban végzik a szelvényezést, de az akusztikus hullámok vizsgálatára laboratóriumban is van lehetőség. Utóbbinak nagy előnye, hogy a méréseket ismert és kontrollált nyomásállapotok, alakváltozások, hőmérséklet mellett végezhetjük el. Közismert, hogy a nyomásváltozás hatással van az akusztikus terjedési sebességekre és a rugalmas hullámok csillapodására, melyekből további fontos paraméterek, a dinamikus rugalmassági modulusok is megadhatók. A növekvő nyomás hatására a longitudinális (P) és transzverzális (S) hullámterjedési sebességek exponenciálisan növekednek [1]. Számos elképzelés létezik ennek magyarázatára. A két legismertebb elképzelés Birch [2], valamint Walsh és Brace [3] nevéhez fűződik. Birch szerint a nyomás növekedésével záródnak a kőzetben lévő pórusok és ez okozza a sebesség növekedését. Míg Walsh és Brace a mikrorepedések összezáródásával magyarázza a folyamatot. A szakirodalomban számos, a nyomás-sebesség kapcsolatát leíró empirikus formulát találunk, azonban ezek csupán a mérési sorozatok alapján meghatározott regressziós függvényekre, valamint azok paramétereire terjednek ki és nem tekinthetők fizikai magyarázatot adó modelleknek [4].

A kőzetmintában terjedő rugalmas hullám nyomásfüggése hiszterézis mutat [1]. Ez a jelenség hasonló lefutást mutat a mágneses hiszterézishez. Felterheléskor a nyomással kezdetben meredeken növekszik a sebesség, majd a meredekség csökken és elér egy maximális értéket. Egy kőzet esetében ezt a folyamatot relaxációnak nevezzük, hiszen lassan beáll a sebesség állandósult állapota. Fontos kiemelni, hogy a maximális érték elérése jelenti a reverzibilis tartomány végét, a nyomás további növelésével új repedések keletkeznek a mintában, így csökkenni fog a sebesség. A későbbi modellalkotás során mi csak a reverzibilis tartománnyal foglalkoztunk. A maximális értékről a nyomás csökkentésével a sebesség is csökkenni fog. A fel- és leterhelési görbék exponenciálisak ugyan, de nem lesznek azonosak a hiszterézis miatt. A hiszterézis jelenségét a pórusok, mikrorepedések egy részének irreverzibilis záródása okozhatja [5].

Korábban kifejlesztettünk egy kvantitatív kőzetfizikai modellt, amely leírja a nyomás-sebesség kapcsolatát. A modellben vagy Birch, vagy Walsh és Brace elképzelését vettük alapul. A modellt sikeresen teszteltük számos általunk laboratóriumban mért és irodalmi adatrendszeren egyaránt [6-8]. Néhány esetben azonban nem működött megfelelő pontossággal a modell, ezért tovább kell fejlesztenünk azt. Nyilvánvaló, hogy általában egy kőzetben van pórustér és mikrorepedés is, ezért célszerű egyidejűleg figyelembe venni őket a modellalkotás során. De akár további nyomásfüggést magyarázó jelenséget is be lehet vonni, mint pl. a szemcsehatárokon történő súrlódást. A következőkben új kvantitatív kőzetfizikai modellt mutatunk be a P hullámsebesség nyomásfüggésének leírására, amely egyidejűleg több relaxációs folyamat lezajlását képes kezelni. De először nézzük meg röviden a régi modellt.

1. Egyszeres exponenciális kőzetfizikai modell

Az egyszeres exponenciális modell (EEM) megalkotásánál Walsh és Brace elgondolását követve bevetettük a nyitott mikrorepedések számát, melyet N -nel jelöltünk. Azt feltételeztük, hogy $d\sigma$

nyomásváltozás hatására a kőzetben lévő mikrorepedések dN megváltozása között egyenes arányosság van:

$$dN = -\lambda N d\sigma, \quad (1)$$

ahol λ egy új kőzetzfizikai paraméter, a sebességesés logaritmikus nyomásérzékenysége [9].

Másrésről a kőzetben bezáródó mikrorepedések miatt növekvő v longitudinális hullámsebességet mérhetünk, azaz dv is arányos dN -nel

$$dv = -\alpha dN, \quad (2)$$

ahol α arányossági tényező új anyagjellemző paraméter. A fenti két differenciálegyenlet együttes megoldásával kapjuk a longitudinális hullámsebesség és a kőzetnyomás közötti kapcsolatot leíró végső modellegyenletet

$$v = v_0 + \Delta v (1 - \exp(-\lambda\sigma)), \quad (3)$$

ahol $\Delta v = \alpha N_0$, N_0 a nyitott mikrorepedések száma nyomásmentes állapotban és v_0 a terheletlen állapotban ($\sigma=0$) a kőzetmintában mérhető terjedési sebesség. Az egyszerű exponenciális modell a szakirodalommal összhangban tehát leírja, hogy a sebesség a nyitott mikrorepedések mellett mért v_0 kezdeti értékről a terhelés hatására a v_{max} maximális nyomáson (teljesen zárt mikrorepedések esetén) mérhető sebesség értékre növekszik. A kettő közötti különbséget jelentő $\Delta v = v_{max} - v_0$ sebességesést így a zérus nyomáson jelenlévő mikrorepedések okozzák. Hasonló modellegyenletre juthatunk, ha Birch elképzelését feltételezzük, csupán N helyére az egységnyi pórusteret (V) kell behelyettesíteni [10].

2. Többszörös exponenciális kőzetzfizikai modell

A modell továbbfejlesztése azért vált szükségessé, mert általában egy kőzetben van pórustér és mikrorepedés is, ezért a modellalkotás során egyidejűleg kell figyelembe venni őket. Azonban további nyomásfüggést magyarázó jelenségek is léteznek, pl. a szemcsehatárokon történő súrlódás, így célunk a legáltalánosabb modellalkotás. Ezért az új többszörös exponenciális modellnek (TEM) egyidejűleg több relaxációs folyamat lezajlását kell tudnia kezelni. Jellemezze az i -edik mechanizmust a Ψ_i extenzív mennyiség és feltételezzük az (1) egyenlethez hasonlóan újra egyenes arányosságot ezen mennyiség és a $d\sigma$ nyomásváltozás között

$$d\Psi_i = -\lambda_i \Psi_i d\sigma, \quad (4)$$

ahol λ_i az i -edik mechanizmushoz tartozó kőzetzfizikai paraméter. A fenti differenciálegyenlet megoldása

$$\Psi_i = \Psi_{0i} \exp(-\lambda_i \sigma), \quad (5)$$

ahol Ψ_{0i} az i -edik extenzív mennyiség értéke nyomásmentes állapotban ($\sigma=0$). Egyúttal a (2) egyenlethez hasonlóan lineáris a kapcsolatot a Ψ_i i -edik extenzív mennyiség változása és a hozzá tartozó dv_i longitudinális sebességváltozás között is

$$dv_i = -\alpha_i d\Psi_i, \quad (6)$$

ahol α_i az i -edik folyamat arányossági tényezője. A (4)-(6) egyenleteket kombinálva kapjuk azt a differenciálegyenletet, amely i számú mechanizmus esetén leírja a sebesség nyomásfüggését.

$$dv_i = \alpha_i \lambda_i \Psi_{0i} \exp(-\lambda_i \sigma) d\sigma. \quad (7)$$

Ha a kőzetmintában egyidejűleg csak két mechanizmus ($i=2$) jelentét feltételezzük, akkor az egyes dv_i mennyiségeket össze kell adni, azaz

$$dv = dv_1 + dv_2 = [\alpha_1 \lambda_1 \Psi_{01} \exp(-\lambda_1 \sigma) + \alpha_2 \lambda_2 \Psi_{02} \exp(-\lambda_2 \sigma)] d\sigma. \quad (8)$$

A fenti egyenletet megoldva

$$v = K - [\alpha_1 \Psi_{01} \exp(-\lambda_1 \sigma) + \alpha_2 \Psi_{02} \exp(-\lambda_2 \sigma)]. \quad (9)$$

Ha a sebesség v_0 nyomásmentes állapotban ($\sigma=0$), akkor a K integrációs konstans meg lehet határozni az alábbi formulával

$$K = v_0 + \alpha_1 \Psi_{01} + \alpha_2 \Psi_{02}. \quad (10)$$

Ezzel előáll a végleges modellegyenlet

$$v = v_0 + \Delta v_1 (1 - \exp(-\lambda_1 \sigma)) + \Delta v_2 (1 - \exp(-\lambda_2 \sigma)), \quad (11)$$

melyben a $\Delta v_i = \alpha_i \Psi_{0i}$ ($i = 1, 2$) jelölést alkalmaztuk. Az egyenlet két különböző relaxációs folyamat egyidejű jelentéte esetén leírja a longitudinális sebesség nyomásfüggését. Korábban publikáltuk az egyszeres exponenciális modell alkalmazását az akusztikus hiszterézis leírására [5]. Ez a többszörös exponenciális modell nyilvánvalóan alkalmazható az akusztikus hiszterézis leírására is, külön fel- és leterhelési szakaszt feltételezve. A modellegyenlet alapján egyértelmű, hogy a sebesség a nyomás növekedésével v_0 értékről $v_{max} = v_0 + \Delta v_1 + \Delta v_2$ értékre növekszik [11]. Utóbbi formulát alkalmazva a (11) egyenlet átírható a

$$v = v_{max} - \Delta v_1 \exp(-\lambda_1 \sigma) - \Delta v_2 \exp(-\lambda_2 \sigma) \quad (12)$$

alakra is. A modell tesztelése során az adatfeldolgozásnál a fenti egyenletben szereplő paraméterek jelölését kicsit leegyszerűsítve használtuk fel az alábbiak szerint

$$v = A - B_1 \exp(-\lambda_1 \sigma) - B_2 \exp(-\lambda_2 \sigma), \quad (13)$$

ahol $A = v_{max}$, $B_1 = \Delta v_1$, $B_2 = \Delta v_2$, λ_1 , λ_2 azok a modellparaméterek, melyeket a globális inverziós eljárás során meg kell határozni.

3. Globális inverziós eljárás

Az előző fejezetben bemutatott többszörös exponenciális modellben szereplő modellparamétereket (v_{max} , Δv_1 , Δv_2 , λ_1 , λ_2) a mért adatokból geofizikai inverziós eljárással meg lehet határozni. Így a modell segítségével bármely nyomáson számíthatóvá válik a terjedési sebesség. Korábbi adatfeldolgozásaink során linerizált inverziós eljárást alkalmaztunk, de ez a lokális minimumban elakadhat, azaz a paraméterekre nem a legjobb becslést adja, ezért ezúttal az abszolút minimumot adó globális optimalizálás módszerét választottuk. A globális minimumot adó eljárások közül a Metropolis-algoritmust alkalmazó Simulated Annealing eljárást (MSA) a fémek hűtésének analógiája alapján Metropolis és társai dolgozták ki [12]. A legtöbb esetben a minimalizálandó célfüggvényt - az MSA terminológiájában energiafüggvényt - a mért és számított adatok eltérésének L_2 normája alapján definiáljuk [12]. Az optimalizálás során az algoritmus véletlen keresést hajt végre a paramétertérben, miközben az \vec{m} modellparaméter vektor elemeit iterációról iterációra változtatja $m_j^{\text{új}} = m_j^{\text{rég}} + b_j^{\text{max}} \varepsilon$

szerint. Tehát a j -edik modellparamétert az előző iterációs lépésbeli érték és a $b_j^{max} \varepsilon$ paraméterkorrekció összegeként számítjuk. A b_j^{max} értéket minden iterációs lépésben 0 és b_{max} között véletlenszerűen generáljuk és maximális értékét az iterációs lépés után csökkentjük, mivel ε egyenletes eloszlással véletlenszerűen generált szám 0 és 1 között. Az eljárás így adott hőmérsékleten különböző véletlen energiaállapotokat (modelleket) próbál ki, a véletlen keresés során az aktuális számított energiafüggvényt az előző iterációs lépésben elfogadott energiafüggvénnyel összehasonlítja és minden iterációs lépésben előállítja a ΔE energia eltérést. Az új modellparamétervektor elfogadása feltételhez kötött, ezt Metropolis kritériumnak nevezzük:

$$P(\Delta E, T) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \Delta E \leq 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right), & \text{ha } \Delta E > 0 \end{cases} \quad (14)$$

A Metropolis kritériumnak megfelelően az új modellt mindig elfogadjuk, ha az energiafüggvény az új iterációs lépésben kisebb az előzőhöz képest ($\Delta E \leq 0$). Ha növekszik a mért és számított adatok eltérése ($\Delta E > 0$), az eljárás akkor is definiál elfogadási valószínűséget, mellyel a lokális minimumból való kiszabadulást biztosítja. Ha teljesül $P(\Delta E, T) = \exp(-\Delta E/T) \geq \alpha$ feltétel, akkor az új paramétervektort fogadjuk el (α a $[0,1]$ intervallumon egyenletes eloszlás szerint generált szám). Ellenkező esetben természetesen elvetjük azt. A fenti formulában a T hőmérsékletet (kontrollparamétert) megfelelő ütemben iterációról iterációra csökkenteni kell. Az eljárást addig ismétljük, amíg a megfelelő stop kritérium teljesül [13]. Számításainkhoz ezt az algoritmust MATLAB kódban valósítottuk meg.

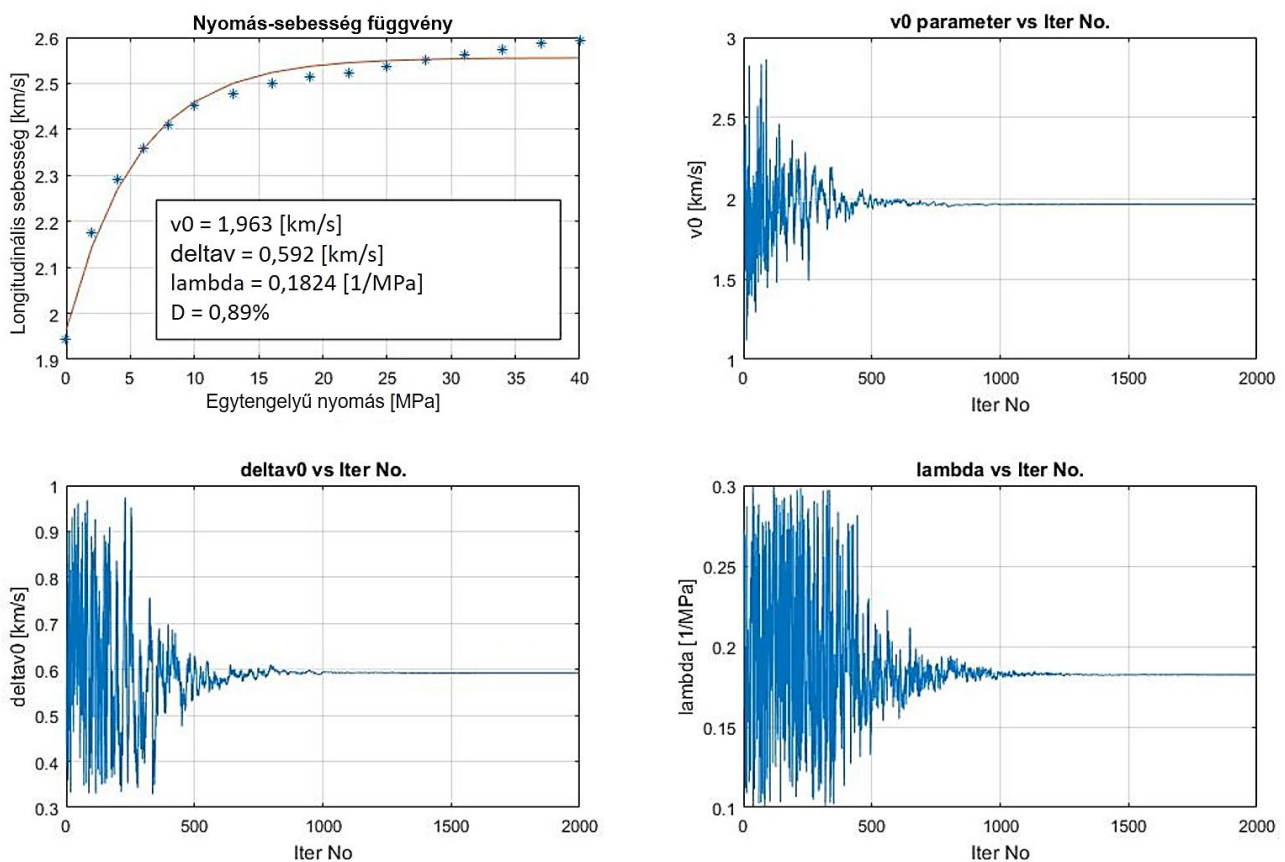
4. A modell tesztelése

A modellt szakirodalmi, laboratóriumban közetmintán mért longitudinális hullámsebesség-nyomás adatrendszereken teszteltük, melyekből egyet mutatunk be a cikkben, a Yu és szerzőtársai [14] által publikált feketekőszén mintára vonatozót. Felterhelés során a sebességet az impulzus átviteli technikával mérték. A modellparamétereket az előző fejezetben ismertetett MSA algoritmussal határoztunk meg. A globális inverziós eljárás becslési pontosságát a relatív adattérbeli távolsággal jellemezhetjük, amely a mért és számított adatok illeszkedésére szolgáltat információt. A D relatív adattérbeli távolságot a

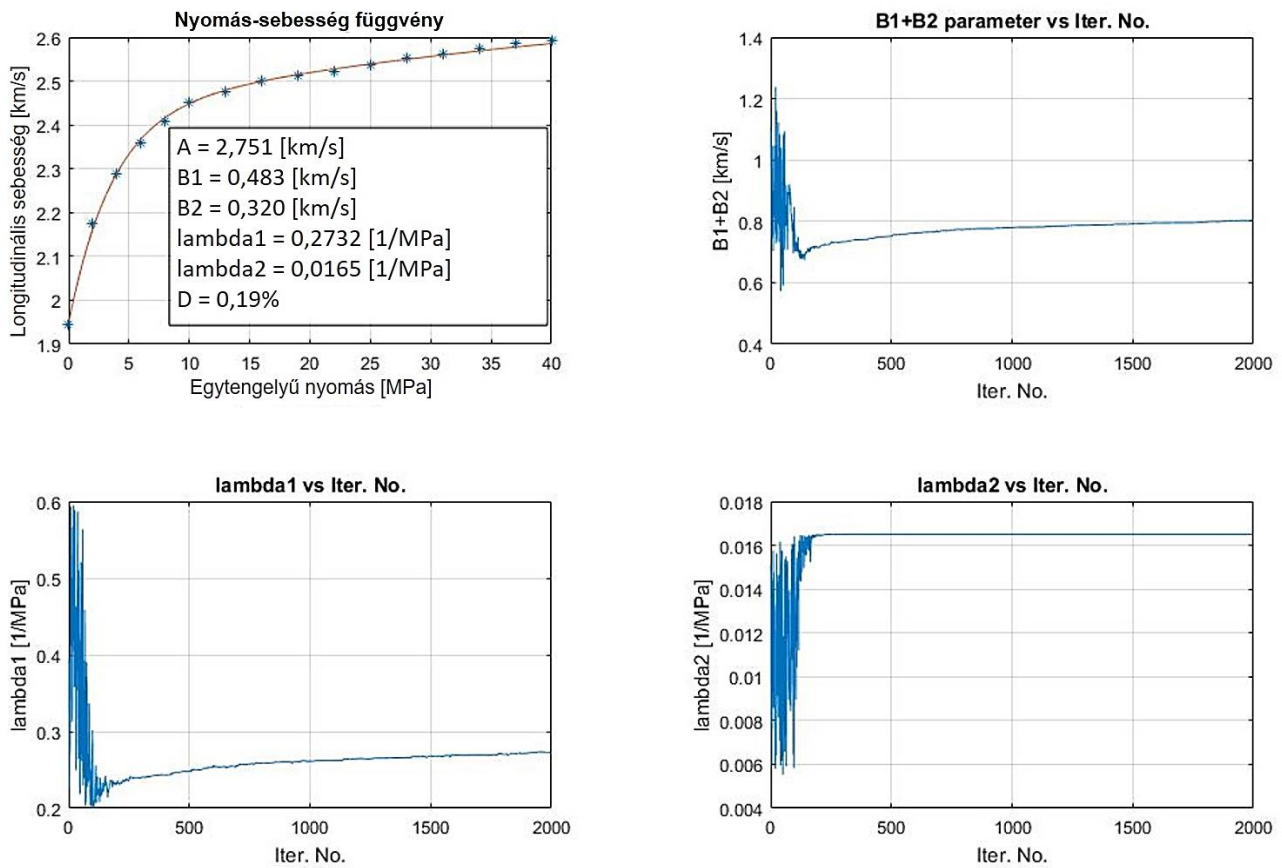
$$D = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{d_k^{(m)} - d_k^{(sz)}}{d_k^{(sz)}} \right)^2} * 100 [\%] \quad (15)$$

formula adja meg, ahol $d_k^{(sz)}$ és $d_k^{(m)}$ a k -adik nyomásértéken számított és mért P hullámsebesség adat, míg N a mért adatok száma. A T_0 kontrol paraméter kezdeti értékének a véletlenszerűen kiválasztott startmodellen számított relatív adattérbeli távolságot alkalmaztuk. A T kontrollparamétert minden iterációban 0,1%-kal csökkentettük. Az inverzióval meghatározott modellparamétereket a modellegyenletbe visszahelyettesítve bármely nyomásértéknél ki tudjuk számolni a sebességet. Az egyszeres exponenciális (EEM) és többszörös exponenciális modell (TEM) összehasonlításához az inverziós adatfeldolgozást elvégeztük mindkét modellel a feketekőszén minta esetében. Az inverziós probléma túlhatározott volt, hiszen 16 mért adatból kellett EEM esetében 3, míg TEM esetében 5 paramétert meghatározni. Az inverziós eredményeket a 1-2. ábrákon láthatjuk. A számított sebességet piros folytonos vonallal, míg a mért adatokat kék szimbólumokkal jelölünk az ábrákon. Látható, hogy mindkét modell alkalmazása esetén a szakirodalommal összhangban a sebesség értékek exponenciális

növekedést mutatnak növekvő terhelés hatására. Az 1. ábrán az EEM-mel számolt, míg a 2. ábrán a TEM-mel számolt függvényeket és modellparamétereket találjuk. A régi modell alkalmazása esetén a relatív adattérbeli távolság 0,89%, míg a továbbfejlesztettel csupán 0,19% volt, amely jelentős csökkenésnek mondható. A mért és számított adatok illeszkedésében elért javulást az 1. és 2. ábra összehasonlításával is láthatjuk. Az is észrevehető a 2. ábra mért adatain, hogy egynél több, különböző relaxációs folyamat zajlott le a kőzetmintában, hiszen egyszeres exponenciális függvénnyel nem lehetett leírni a nyomássebesség kapcsolatát. A két ábrán találjuk még az egyes modellparaméterek változását az iterációs szám függvényében is. Láthatjuk, hogy az optimalizálás során az MSA algoritmus véletlen keresést hajtott végre a paramétertérben. A többszörös exponenciális modellnél sokkal gyorsabban, kb. a 200. iteráció után konvergált az eljárás. Az EEM esetében ez a szám 500 és 1000 közé tehető, tehát az új modell nemcsak pontosabban írja le a longitudinális hullámsebesség nyomásfüggésének jelenségét, hanem a gyorsabb kiértékelést is lehetővé teszi.



1. ábra: MSA algoritmussal becsült modellparaméterek és P hullámsebesség-nyomás függvény az EEM modell alkalmazásával, valamint az egyes modellparaméterek értékének változása az iterációs szám függvényében



2. ábra: MSA algoritmussal becsült modellparaméterek és P hullámsebesség-nyomás függvény a TEM modell alkalmazásával, valamint az egyes modellparaméterek értékének változása az iterációs szám függvényében

Összefoglalás

A cikkben a korábbi kőzetfizikai modellünket általánosítottuk, feltételezve, hogy kettő, vagy több relaxációs mechanizmus (például póruster, vagy mikrorepedések záródása) felelős a longitudinális terjedési sebesség nyomásfüggéséért. A régi és új modell alkalmazását összehasonlítottuk laboratóriumban, feketekőszén magmintán mért P hullámsebesség-nyomás adatrendszer kiértékelésével. Az elvégzett globális inverziós (Metropolis Simulated Annealing algoritmus) adatfeldolgozás eredménye, valamint a mért és számított adatok megfelelő illeszkedése alátámasztja, hogy az új modell pontosabban írja le a sebesség-nyomás kapcsolatot. Bebizonyítottuk azt is, hogy az új modellel a mért adatok gyorsabb kiértékelésére nyílik lehetőség. Hasonló eredményeket kaptunk számos más kőzetminta mérési adatainak kiértékelése során is.

Köszönetnyilvánítás

Somogyiné Molnár Judit a cikkben ismertetett kutató munkája az EFOP-3.6.1-16-2016-00011 jelű „Fiatalodó és Megújuló Egyetem – Innovatív Tudásváros – a Miskolci Egyetem intelligens szakosodást szolgáló intézményi fejlesztése” projekt részeként – a Széchenyi 2020 keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Dobróka Tünde kutatómunkája a Miskolci Egyetemen működő Alkalmazott Földtudományi Kutatóintézet GINOP-2.3.2-15-2016-00010 jelű „Földi energiaforrások hasznosításához kapcsolódó hatékonyság növelő mérnöki eljárások fejlesztése” projektjének részeként – a Széchenyi 2020 Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Strukturális és Beruházási Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Hivatkozások

- [1] Wepfer, W.W., Christensen, N.I. (1991) 'A seismic velocity-confining pressure relation, with applications', *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 28(5), pp. 451–456. doi: 10.1016/0148-9062(91)90083-X.
- [2] Birch, F. (1960) 'The velocity of compression waves in rocks to 10 kilobars, Part 1', *Journal of Geophysics Research*, 65(4), pp. 1083–1102. doi: 10.1029/JZ065i004p01083.
- [3] Walsh, J.B., Brace, W.F. (1964) 'A fracture criterion for brittle anisotropic rock', *Journal of Geophysics Research*, 69(16), pp. 3449–3456. doi: 10.1029/JZ069i016p03449.
- [4] Ji, S., Wang, Q., Marcotte, D., Salisbury, M.H., Xu, Z. (2007) 'P wave velocities, anisotropy and hysteresis in ultrahigh-pressure metamorphic rocks as a function of confining pressure', *Journal of Geophysical Research*, 112, B09204, doi: 10.1029/2006JB004867.
- [5] Dobróka, M., Somogyi Molnar, J., Szabó, P.N. (2013) 'New results in modeling the phenomenon of acoustic hysteresis', *75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013*, London, pp. 1–5, doi: 10.3997/2214-4609.20130290.
- [6] Somogyiné Molnár, J., Dobróka, M., Kiss, A. (2017) ' Measuring and interpreting P and S wave velocity data – an application of a new petrophysical model' *79th EAGE Conference & Exhibition*, Paris, pp. 1–5, doi: 10.3997/2214-4609.201701450.
- [7] Somogyiné Molnár, J., Kiss, A., Dobróka, T.E. (2018) 'Global joint inversion of acoustic velocity and quality factor data using rock physical models', *Geosciences and Engineering*, 6(9), pp. 151–162, ISSN 2063-6997
- [8] Somogyiné Molnár, J., Kiss, A., Dobróka, T.E., Jobbik, A. (2019) 'Akusztikus sebesség és jósági tényező adatok globális együttes inverziós feldolgozása kőzetfizikai modellek alapján' *Műszaki tudomány az Észak-kelet Magyarországi Régióban*, Debrecen, pp. 337–340, ISBN 978 963 7064 38 8
- [9] Dobróka, M., Somogyi Molnár, J. (2012) 'New petrophysical model describing the pressure dependence of seismic velocity', *Acta Geophysica*, 60(2), 371–383. doi: 10.2478/s11600-011-0079-0.
- [10] Somogyi Molnár, J., Kiss, A., Dobróka, M. (2015) 'Petrophysical models to describe the pressure dependence of acoustic wave propagation characteristics', *Acta Geodaetica et Geophysica*, 50(3), pp. 339–352. doi: 10.1007/s40328-014-0074-4.
- [11] Kiss, A. (2018) 'Akusztikus relaxációs jelenségek kőzetfizikai vizsgálata'. (Disszertáció)

- [12] Scales, J.A., Gerztenkorn, A., Treitel, S., Lines, L.R. (1988) 'Robust optimization methods in geophysical inverse theory' *58th SEG International Annual Meeting*, Anaheim, pp. 827–830.
- [13] Sen, M.K., Stoffa, P.L. (1997) 'Global Optimization Methods in Geophysical Inversion'. Cambridge University Press, 2nd edition. ISBN 9780080532561
- [14] Yu, G., Vozoff, K., Durney, D.W. (1993) 'The influence of confining pressure and water saturation on dynamic elastic properties of some Permian coals', *Geophysics*, 58(1), pp. 30–38. doi: 10.1190/1.1443349.