

# Számítógépes szoftverekkel támogatott mozgástani foglalkozás középiskolásoknak

## Secondary school workshop about dynamics supported by computer software

G. Á. SZIKI

Debreceni Egyetem, Műszaki Kar, Műszaki Alaptárgyi Tanszék, szikig@eng.unideb.hu

*Absztrakt. A „Debrecen Venture Catapult Program” (EFOP-3.6.1-16-2016-00022) című pályázat „Műszaki kutatói kapacitás bővítése, kutatási szolgáltatások fejlesztése, tudásnégyszög kiépítése a mérnökképzésben” alprojektjének keretében a DE MK Műszaki Alaptárgyi Tanszékének oktatói interaktív foglalkozásokat dolgoztak ki középiskolás diákoknak. A fenti foglalkozások egyike a „Számítógépes szoftverekkel támogatott mozgástani foglalkozás, amely témája mozgástani problémák kísérleti és elméleti vizsgálata fejlett számítógépes szoftverek alkalmazásával. A fenti foglalkozás leírásán, és az azzal kapcsolatos tapasztalatokon kívül ismertetjük a diákok reakcióit, bemutatjuk, hogy a foglalkozás hogyan járul hozzá a diákok ismeretanyagának bővítéséhez. Továbbá elemezzük, hogy milyen tudásra, képességre és információra lenne szükségük a diákoknak ahhoz, hogy a műszaki pályán a tanulásban és a munkában, valamint a mindennapi életben kreatívabbak, motiváltabbak, vállalkozóbb szelleműek, ezáltal sikeresebbek legyenek. Végül a szerzett tapasztalatok alapján javaslatokat teszünk a foglalkozások továbbfejlesztésére.*

*Abstract. In the framework of the “Debrecen Venture Catapult Program (EFOP-3.6.1-16-2016-00022)” the colleagues of the Department of Basic Technical Studies of the Faculty of Engineering of the University of Debrecen worked out workshops for secondary school students. One of the above mentioned workshops is the „Dynamics workshop supported by computer software”, the topic of which is the experimental and theoretical study of dynamic problems using highly developed computer software. Apart from describing the above mentioned workshop and the experiences related to it, we also present the reactions of the students, and describe how the workshop contributes to their widening knowledge.. Furthermore, we also analyse what knowledge, skills and information students would need to be more creative, motivated and initiative and this way more successful in their studies and at work, as well as in their everyday lives, in the field of engineering. In the end, as a conclusion, we make recommendations concerning further improvements of the workshop.*

## Bevezetés

A „Debrecen Venture Catapult Program” (EFOP-3.6.1-16-2016-00022) keretében a Debreceni Egyetem Műszaki Karának Műszaki Alaptárgyi Tanszéke kutatócsoportot hozott létre „Mérnöki és innovációs készségeket fejlesztő kutatócsoport” néven. A kutatócsoport feladata a projekt futamideje alatt a műszaki felsőoktatásban potenciális továbbtanuló középiskolások tájékozottságának növelése a

pályaválasztás tekintetében a mérnöki területek és a műszaki életpálya lehetőségek bemutatása, a motiválás ezen a téren.

A fenti tevékenység az elmúlt években jelentősen felértékelődött, mivel a Műszaki Kar magyar nyelvű képzéseire jelentkező diákok száma jelentősen csökkent. Ennek a trendnek a megfordítása kiemelten fontos kari és országos érdek. Meggyőződésünk szerint a műszaki képzés iránti érdeklődés felkeltésének leghatékonyabb módja a Műszaki Karon folytatott képzéshez kapcsolódó, a mérnöki tudományokat, és az azokat támogató korszerű módszereket és eszközöket bemutató/népszerűsítő interaktív foglalkozások kidolgozása és megtartása.

Korábban a „TÁMOP-4.2.3-12/1/KONV-2012-0048 Tudományos eredmények elismerése és disszeminációja a Debreceni Egyetem kutatói, oktatói és hallgatói által” című pályázat keretében megvalósuló „Színek, számok, formák, mozgások – mérnöki szemmel – Játékos betekintés a mérnöki alaptudományokba középiskolások számára” című alprojekt [1] keretében folytattunk a fenti tevékenységet. A 2013-2014 évi időszakban nagy sikerű programsorozatot tartottunk. Ennek keretében hét középiskolában 48 foglalkozás tartottunk több mint 600 középiskolás részvételével. A programelemek a „Térérzékelés”, „SZÍNJáték”, „Modellkedés”, „Mechanikus beszéd”, „Okos térkép” „Drótozott programok” fantázianevet kapták. A fenti programelemek közül, a jelen cikk szerzőjének a „Mechanikus beszéd” elnevezésű programelem [2,3] kidolgozásában volt meghatározó szerepe. Az említett programelem a Műszaki Karon oktatott „Mozgástan” című tantárgyhoz kapcsolódik, amelyet a szerző oktat. A programelem a gördülő mozgás vizsgálatával foglalkozik. Egy lejtőre helyezett tömör, homogén henger mozgását vizsgáltuk saját fejlesztésű mérőrendszerrel, különböző kísérleti paraméterek (lejtő hajlásszöge és hossza, a henger gördülési ellenállása) mellett. Az eszköz egy alumínium idomokból felépített lejtő, amelyen egy tömör, rozsdamentes acélhenger gördül. A lejtő hossza és hajlásszöge, valamint a henger gördülési ellenállása – egy a hengerre húzható polifoam cső segítségével – változtatható. A fenti programelem keretében számos interaktív foglalkozást tartottunk több debreceni és vidéki középiskolában. A programelemek egyaránt elnyerték a diákok és tanáraik tetszését, amely megerősített minket abban, hogy ezt a tevékenységet folytatni kell.

A nemrég indult EFOP-3.6.1-16-2016-00022 számú projekt nagyszerű lehetőség nyújt a folytatására, azaz arra, hogy tanszékünk munkatársai új programelemeket/foglalkozásokat dolgozzanak ki, és mutassanak be különböző debreceni és vidéki középiskolákban, ezáltal népszerűsítve a DE Műszaki Karán folyó képzéseket. Ezen foglalkozások egyike a „Számítógépes szoftverekkel támogatott mozgástani foglalkozás középiskolásoknak” című téma. A foglalkozás két részfoglalkozásra oszlik, amelyek az alábbi témákkal foglalkoznak:

- Gördülő mozgás vizsgálata a gördülési ellenállás figyelembevételével
- Szabadesés vizsgálata a közegellenállás figyelembevételével

Az első részfoglalkozás a korábbi pályázatban szereplő téma módosított, továbbfejlesztett változata, míg a második részfoglalkozás teljesen új. A következő fejezet a második részfoglalkozás részletes leírását tartalmazza.

## 1. A középiskolai foglalkozás leírása

A foglalkozás irányított beszélgetéssel indul, amelynek témája a Debreceni Egyetem Műszaki Kara, és az ott zajló oktatási, kutatási és egyéb tevékenységek. Ezt követően PowerPoint-os előadás formájában ismertetésre kerülnek a közegellenállási erővel kapcsolatos tudnivalók, beleértve az erőtvényt kis és nagy sebességek esetén. A táblánál a hallgatók oktatói segítséggel berajzolják a szabadon eső kúpra ható erőket, továbbá felírják a kúp mozgásegyenletét először a kis sebességeknél érvényes, a sebességgel egyenesen arányos nagyságú, míg másodsor a nagyobb sebességeknél érvényes, a sebesség második hatványával arányos nagyságú közegellenállási erőt feltételezve. A közegellenállási erők nagyságára vonatkozó összefüggések a két esetben:

$$F_{KE} = k \cdot \eta \cdot v, \quad F_{KE} = \frac{1}{2} C \cdot A_{hom} \cdot \rho \cdot v^2$$

A fent összefüggésekben  $k$  és  $C$  a kúp közegellenállási és alaki tényezője,  $A_{hom}$  a homloklfelülete,  $\eta$  és  $\rho$  a levegő dinamikus viszkozitása valamint sűrűsége az adott hőmérsékleten.

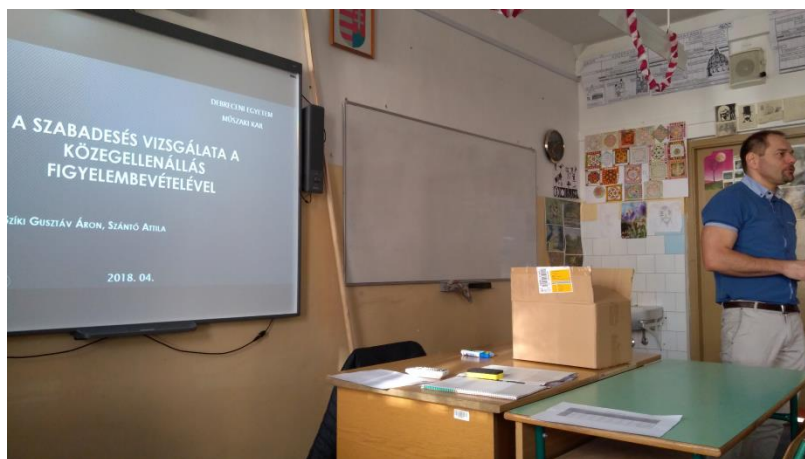
A fenti közegellenállási erőtvények figyelembevételével az alábbi két differenciálegyenletet kapjuk:

$$A - B \cdot v = \frac{dv}{dt}, \quad A - B^* \cdot v^2 = \frac{dv}{dt}$$

A fenti összefüggésekben szereplő paraméterek:

$$A = \rho, \quad B = \frac{k \cdot \eta}{m}, \quad B^* = \frac{c \cdot A \cdot \rho}{2 \cdot m}.$$

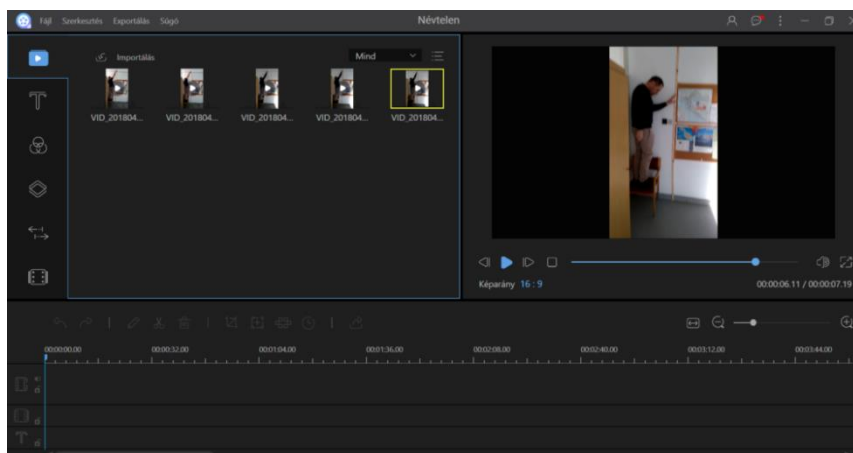
Ezt követően az oktatóval közösen megbeszélik, hogy mi az egyenlet megoldása, és hogy hogyan lehet azt megkeresni. Ismertetésre kerülnek a felmerülő matematikai nehézségeket (kezdeti érték problémát kell megoldani), azok nehézségi foka, majd, hogy megfelelő matematikai szoftverek alkalmazásával a probléma egy középiskolás diák számára is megoldható. Ezt követően röviden ismertetésre kerülnek a matematika szoftvereket (Wolfram Alpha és a MATLAB SIMULINK modulja) és azok használatával kapcsolatos fontosabb ismeretek. Az 1. ábrán látható fotó az előadás során készült.



1. ábra. Egy, az előadás során készült fotó

Az elméleti ismeretek átadása után következnek a kísérletek, amelyeket az idő rövidege miatt általában csak egy kúppal (adatok:  $45^\circ$  félnyílásszög, 9cm alapkör sugár, 5,8g tömeg) végezzük el az alábbi lépésekben:

- 1) Lemérjük a kúp tömegét, nyílásszögét és alapkör sugarát.
- 2) A kúppal egyező nyílásszögű, de eltérő alapkör sugarú (6cm), ezáltal eltérő tömegű, géppapírból készült kúpot leejtve (kb. három méter magasságból), a konstans sebességű szakaszokon mérjük az esési időt és távot, majd kiszámítjuk a kúp közegellenállási és alaki tényezőjét. (A közegellenállási tényezőt a sebességgel egyenesen, míg az alaki tényezőt a sebességgel négyzetesen arányos közegellenállási erőt feltételező szimuláció esetén használtuk.)
- 3) Elvégezzük az ejtési kísérletet az eredeti ( $45^\circ$  félnyílásszög, 9cm alapkör sugár, 5,8g tömeg) kúppal 2,5 méteres magasságból, és a mozgásáról mobiltelefonnal videofelvételt készítettünk.
- 4) A videofelvételt az „Apowersoft” video szerkesztő program segítségével kiértékeljük. A programmal képkockánként lehet léptetni a felvételt, leolvasva az adott képkockához tartozó valós idő, valamint a kúp aktuális tartózkodási helyét (magasságát). A fenti adatokból megadható a kúp út-idő függvénye, amit a hallgatók a Microsoft Excel program segítségével, az oktatóval közösen ábrázolnak. Az oktató felhívja a hallgatók figyelmét arra, hogy ezek a mindenki által elérhető programok milyen hasznosak fizikai kísérletek elvégzésénél. A 2. ábra az „Apowersoft” program felhasználói felületét szemlélteti.



2. ábra. Az „Apowersoft” program felhasználói felülete

Következő lépésben a Wolfram Alpha programmal, a diákokkal közösen, megkeressük a kezdeti érték probléma megoldását (sebesség-idő függvényt), először a sebességgel egyenesen, majd négyzetesen arányos közegellenállási erőt feltételezve. Ezt követően a sebesség-idő függvényekből integrálással meghatározzuk az út-idő függvényeket. A 3. és 4. ábra a kezdeti érték probléma megoldását, valamint az integrálás eredményét mutatja a sebességgel négyzetesen arányos nagyságú közegellenállási erőt feltételezve.

WolframAlpha knowledge engine.

solve  $g(1 - (Bv(t))^2) = v'(t)$  and  $v(0)=0$

Assuming "solve" is a word | Use as referring to equation solving instead

Input:  

$$g(1 - (Bv(t))^2) = v'(t), v(0) = 0$$

ODE names:

Separable equation:  

$$\frac{v'(t)}{1 - B^2 v(t)^2} = g$$

Riccati's equation:  

$$v'(t) = -B^2 g v(t)^2 + g$$

ODE classification:  
**first-order nonlinear ordinary differential equation**

Alternate forms:  

$$[B^2 g v(t)^2 + v'(t) = g, v(0) = 0]$$
  

$$[-g(Bv(t) - 1)(Bv(t) + 1) = v'(t), v(0) = 0]$$

Expanded form:  

$$[g - B^2 g v(t)^2 = v'(t), v(0) = 0]$$

Differential equation solution:  

$$v(t) = \frac{\tanh(Bgt)}{B}$$

Instantly go further. Continue your computation in the Wolfram Cloud

3. ábra. A kezdeti érték probléma megoldása a sebességgel négyzetesen arányos nagyságú közegellenállási erőt feltételezve

WolframAlpha computational knowledge engine.

integrate  $v(t)=\tanh(Bgt)/B$  dt

Indefinite integral:  

$$\int \frac{\tanh(Bgt)}{B} dt = \frac{\log(\cosh(Bgt))}{B^2 g} + \text{constant}$$

Alternate form of the integral:  

$$\frac{\log\left(\frac{1}{2}(e^{-Bgt} + e^{Bgt})\right)}{B^2 g} + \text{constant}$$

Series expansion of the integral at t=0:  

$$\frac{g}{2} t^2 - \frac{1}{12} t^4 (B^2 g^3) + \frac{1}{45} B^4 g^5 t^6 + O(t^7)$$

Download page

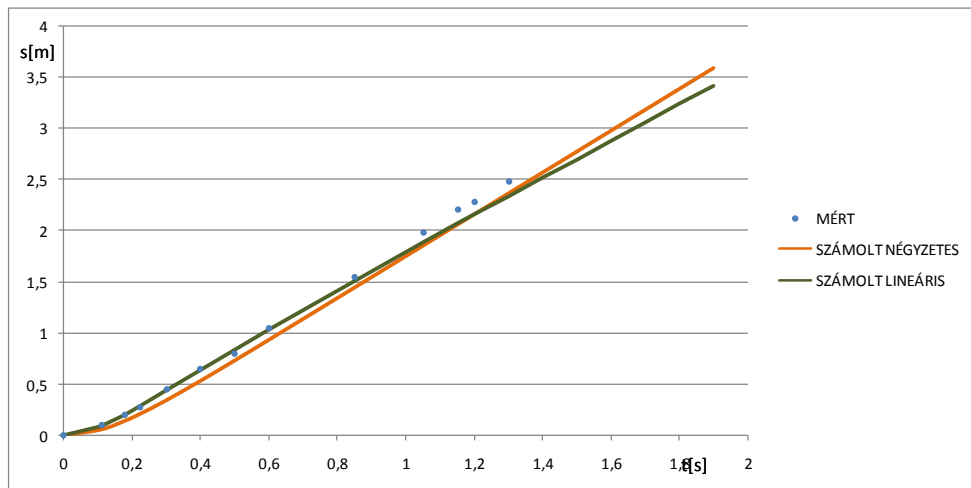
POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

4. ábra. Az integrálás eredményeként kapott út idő függvény

Az út-idő függvények a sebességgel egyenesen, és négyzetesen arányos nagyságú közegellenállási erőt feltételezve:

$$s(t) = \frac{A}{B} \cdot t \cdot (1 - e^{-B \cdot t}), \quad s(t) = \frac{1}{B^*} \cdot \ln(\cosh(\sqrt{A \cdot B^*} \cdot t))$$

Ezt követően az elméletileg kapott függvényeket ugyanazon bemenő értékeknél ábrázoljuk, mint amik a kísérletben szerepelnek. Így össze tudjuk hasonlítani az elméleti és kísérleti úton nyert függvényeket. Az 5. ábra a kísérletileg meghatározott, és a sebességgel egyenesen, valamint négyzetesen arányos közegellenállási erőt feltételezve számított út-idő függvényeket mutatja.



5. ábra. A szabadon eső kúp kísérletileg, és elméleti úton meghatározott út-idő függvényei

Végül a MATLAB SIMULINK moduljával is elvégezzük a szimulációt. A foglalkozás a következtetések levonásával, végül kötetlen beszélgetéssel zárul.

## 2. A foglalkozással kapcsolatos tapasztalatok

A középiskolai foglalkozás megtartására a Debreceni Beregszászi Pál Szakközépiskolában került sor egy 10. évfolyamos, elektronikai technikus, szakgimnáziumi osztályban kb. két óra időtartamban. A jelen fejezetben a fenti foglalkozással kapcsolatos tapasztalatainkat foglaljuk össze.

A diákok alapvetően érdeklődéssel, pozitívan viszonyultak a foglalkozáshoz, a közös munkában aktívan részt vettek. Legnagyobb érdeklődést és nyitottságot a kísérleti munka, valamint a számítógépes szoftverek alkalmazása irányába mutatták. Az elméleti ismeretek tárgyalásakor inkább passzívak voltak, az érdeklődés láthatóan visszaesett. Ennek egyik fő oka, megítélésünk szerint, a középiskolai dinamikai ismeretek szűk köre, amely jelentősen megnehezíti az elméleti anyag megértését, ami a diákoknál a megértési folyamat „feladáshoz”, ezáltal az érdeklődés elvesztéséhez vezet. Természetesen fizika tagozatos osztályokban (a fenti osztály nem ilyen volt) ennek kockázata jóval alacsonyabb. A helyzet részben a foglalkozás keretében is orvosolható, ha több időt szentelünk a fizikai alapismeretek átadására, részletes tárgyalására. Ehhez természetesen hosszabb, legalább három, de inkább négy órás foglalkozásokra van szükség.

A foglalkozások a diákok mozgástani ismereteit bővítik, azokat szélesebb perspektívába helyezve azáltal, hogy bemutatják, hogy sebesség, vagy helyfüggő erők esetén a mozgásegyenlet (Newton második törvénye) kezdeti érték probléma megoldására vezet. Mivel ilyen példával a diákok a középiskolában nem találkoznak, ez jelentősen hozzájárul látókörük bővüléséhez, szemléletmódjuk fejlődéséhez. A számítógépes szoftverek (MATLAB, WolframAlpha) alkalmazása mozgástani problémák megoldására szintén újdonság számukra. Látva az új gyakorlati alkalmazási területet a számítástechnika, ezen belül a matematikai szoftverek szerepe számukra felértékelődik. A foglalkozások során szerzett hasznos, új tapasztalat számukra, hogy egy gyakorlati problémát a matematika, fizika, számítástechnika eszközeinek együttes alkalmazásával kell megoldaniuk. Ez hozzájárul egyfajta interdiszciplináris szemléletmód kialakításához. A foglalkozások során erősen érezhető volt, hogy ez motiválja a diákokat.

A foglalkozások tapasztalataként, és általánosságban is elmondható, hogy a diákoknak az alábbi tényezők jelentős segítséget nyújtanak abban, hogy a műszaki pályán a tanulásban és a munkában, valamint a mindennapi életben kreatívabbak, motiváltabbak, vállalkozóbb szelleműek, ezáltal sikeresebbek legyenek:

- Az elméleti ismeretek bemutatása minél gyakorlatiasabb, korszerűbb példákon
- A számítástechnikai eszközök (számítógép, mobiltelefon, matematikai és mérnöki szoftverek) minél szélesebb körű alkalmazása
- Interdiszciplináris példák, alkalmazások, szemléletmód (a mozgástani foglalkozás esetében a matematika, fizika és számítástechnika eszközeinek kombinált alkalmazása egy adott probléma megoldására)
- Minél több csoportmunka, együttműködést igénylő komplex feladat megoldása
- A foglalkozások továbbfejlesztésére tett javaslatunk az alábbiak:
- Olyan technikai megoldás használata, amellyel apróbb lépésközzel rögzíthető a kúp út-idő függvénye, mint a jelenlegi eljárással.
- Hosszabb esési táv alkalmazása (fénykapus mérőrendszer használatával)

## Hivatkozások

- [1] <http://old.eng.unideb.hu/mat/hun/index.html>
- [2] G. Szíki – R. Nagyné Kondor – A. Vinczéné Varga (2013) *Méréssel és számítógéppel támogatott mozgástani programelem középiskolásoknak és egyetemistáknak*. In: Proceedings of the Conference on Problem-based Learning in Engineering Education : 10. 10. 2013 / ed. by University of Debrecen Faculty of Engineering, Debreceni Egyetem, Debrecen, 24-28.
- [3] G. Darai – G. Filep – R. Nagyné Kondor – G. Szíki (2015) *Dynamics experiments applying NI devices and Labview*. In: Proceedings of the 3rd International Scientific Conference on Advances in Mechanical Engineering (ISCAME 2015) / ed. Sándor Bodzás, Tamás Mankovits, University of Debrecen Faculty of Engineering, Debrecen, 38-43.