

# Párhuzamos kinematikájú manipulátorok kinematikájának és munkaterének vizsgálata

## Kinematics and Workspace analysis of parallel manipulators

D. BODNÁR<sup>1</sup>, S. HAJDU<sup>2</sup>

<sup>1</sup>University of Debrecen, bodnar.david2@gmail.com

<sup>2</sup>University of Debrecen, hajdusandor@eng.unideb.hu

*Absztrakt. A kutatás célja két párhuzamos manipulátor kinematikájának és munkaterének vizsgálata. A kinematikai vizsgálatok vektoralgebrával és a Newton módszerrel készültek el. A munkaterék konstans orientációval kerültek ábrázolásra. A dolgozat eredménye, hogy a két manipulátor kinematikája és munkatere összehasonlítható. A számításokhoz a MATLAB program került felhasználásra.*

*Abstract. The aim of the study is to analyse the kinematics and the workspaces of two parallel manipulators. The kinematics are calculated using vectors and the Newton method. The workspaces are shown using constant orientation. The result of the study is that the kinematics and workspaces are comparable of the two manipulators. MATLAB was used for calculating.*

## Bevezetés

A párhuzamos manipulátorok egyre nagyobb szerepet kapnak az iparban és az orvostudományban is. A legelterjedtebb típus az úgynevezett Stewart platform, vagy hexapod. A berendezés a lábak hosszát egymástól függetlenül képes változtatni, ennek köszönhetően 6 szabadsági fokkal rendelkezik. A másik vizsgált típus a forgó típusú párhuzamos manipulátor, aminél a lábak hosszai rögzítettek, és a lábak alsó bekötési pontjait lehet elforgatni egy körpálya mentén.



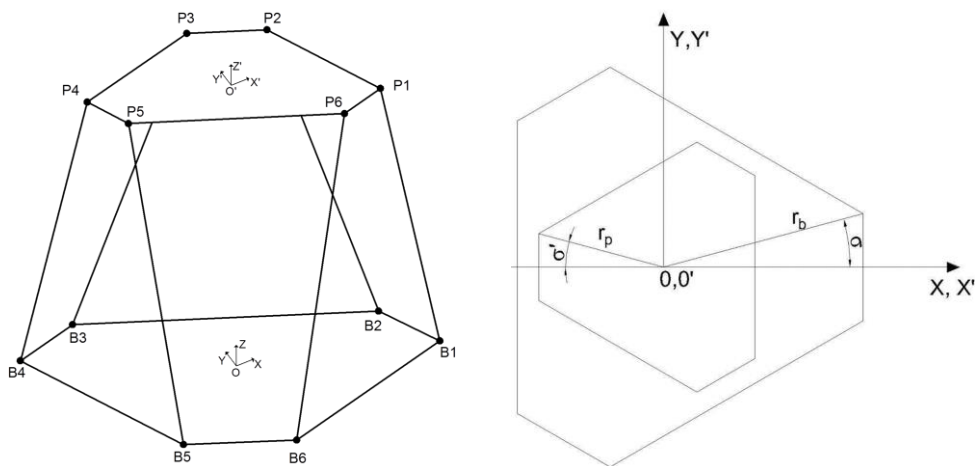
1. ábra: A vizsgált típusok

## 1. Kinematikai vizsgálatok

Az inverz kinematika adja meg, hogy ha egy adott pontra kell mozgatni a térben a platformot akkor milyen láb hosszokat kell beállítani, vagy a forgó típus esetében hova kell mozgatni a lábak alsó bekötési pontjait. A direkt kinematikai számítás az inverz kinematikai számítás fordítottja.

### 1.1. Általános típus inverz kinematikája

A 2. ábrán egy általános típusú 6-6 Stewart platform vonalábrája látható. A platform és a bázis 6 lineáris aktuátorral van összekötve, ezek alkotják a platform lábait. A bázisnak saját koordináta rendszere van XYZ elrendezésben, O középponttal. A platformnak is saját koordináta rendszere van X'-Y'-Z' elrendezéssel és O' középponttal.



2. ábra: Általános elrendezésű 6-6 Stewart platform felépítése

A számításokat azzal kezdődnek, hogy meghatározásra kerülnek a  $B_i$  és  $P_i$  pontok koordinátái. Meghatározható egy olyan  $\sigma$  szögérték ami segítségével kiszámíthatóak a  $\bar{b}_i$  és  $\bar{p}_i$  vektorok, amik a  $B_i$  és  $P_i$  pontokhoz tartoznak.

Az elérni kívánt pozíció és orientáció az XYZ koordináták segítségével és az alábbi Euler szögekkel írható le:  $\psi$  - elfordulás a Z tengely körül;  $\theta$  - elfordulás az Y tengely körül;  $\varphi$  - elfordulás az X tengely körül

A számítások során felhasznált forgató mátrix.

$$R = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \theta \sin \varphi & \sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \theta \sin \varphi & -\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (1)$$

Ezek ismeretében meghatározható azt a  $\bar{q}_i$  vektor, ami az origóból indul, és a végpontja a lábak felső bekötési pontja az új pozíció és orientáció mellett.

$$\bar{q}_i = \bar{t} + R * \bar{p}_i \quad (2)$$

Ahol  $\bar{t}$  a bázis és a platform O és O' pontjai közötti vektor, és  $\bar{p}_i$  a Pi pont koordinátáit fejezi ki.

Az i.-ik láb hossza így az alábbi képlettel számítható:

$$|\bar{l}_i| = |\bar{t} + R * \bar{p}_i - \bar{b}_i| \quad (3)$$

Ahol a  $\bar{b}_i$  vektor a Bi pont koordinátáit adja meg. Ezt az egyenletet mind a 6 lábra kifejezve és kiszámítva a szükséges lábhosszak meghatározhatóak a kívánt pozíció eléréséhez.

## 1.2. Általános típus direkt kinematikája

A megoldást a Newton módszer adja [1]. A megoldáshoz a kiindulási adatok:

$$W(0) = (X, Y, Z, \psi, \theta, \varphi)^T = (0,0,0,0,0,0)^T \quad (4)$$

$$WL = (L1, L2, L3, L4, L5, L6)^T \quad (5)$$

Ahol L1, ..., L6 a  $|\bar{l}_1|, \dots, |\bar{l}_6|$  értékeknek felel meg. Aktuális hiba a gyököket illetően:

$$Fi = Li^{*2} - Li^2 \quad (6)$$

Ahol  $Li^*$  az aktuális közelítés az aktuátor hosszát illetően és  $Li$  az adott lábhossz.

A Newton módszert az alábbi egyenletre kell alkalmazni:

$$W^{n+1} = W^n - T^{-1} * Fi \quad (7)$$

A T mátrixot mindig az aktuális közelítésre kell kiszámítani.

$$\frac{1}{2}T = \begin{bmatrix} L4 * R * Mx * P4 & L4 * My(Ry) * R * P4 & L4 * Mz * R * P4 & L4 * I1 & L4 * I2 & L4 * I3 \\ L5 * R * Mx * P5 & L5 * My(Ry) * R * P5 & L5 * Mz * R * P5 & L5 * I1 & L5 * I2 & L5 * I3 \\ L6 * R * Mx * P6 & L6 * My(Ry) * R * P6 & L6 * Mz * R * P6 & L6 * I1 & L6 * I2 & L6 * I3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$I1=(1,0,0), I2=(0,1,0), I3=(0,0,1) \quad (9)$$

$$Mx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, My = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Mz = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (10-12)$$

## 1.3. Forgó típus inverz kinematikája

A megoldás során első lépésként ki kell számolni az elérni kívánt pozícióhoz tartozó  $\bar{q}_i$  vektorokat a (2) képlet felhasználásával. Erre a pontra illeszthető egy gömb, a körpályát pedig egy körként értelmezve egy gömb és egy kör metszésponjait kell meghatározni a térben. Az a sík, ahol a kör metszi a gömböt, és a kimetszett kör középpontja:

$$\bar{d}_i = \bar{q}_i \times n; ck = \bar{q}_i + \bar{d}_i * n \quad (13,14)$$

A kimetszett kör sugara pedig meghatározható a Pitagorasz-tétel segítségével:

$$cr = \sqrt{lfix^2 - \bar{d}_i^2} \quad (15)$$

A metszéspontok kiszámításának problémája így leredukálható két kör metszéspontjainak kiszámítására, erre pedig a MATLAB programban található beépített függvény `circirc` néven [2].

## 1.4. Forgó típus direkt kinematikája

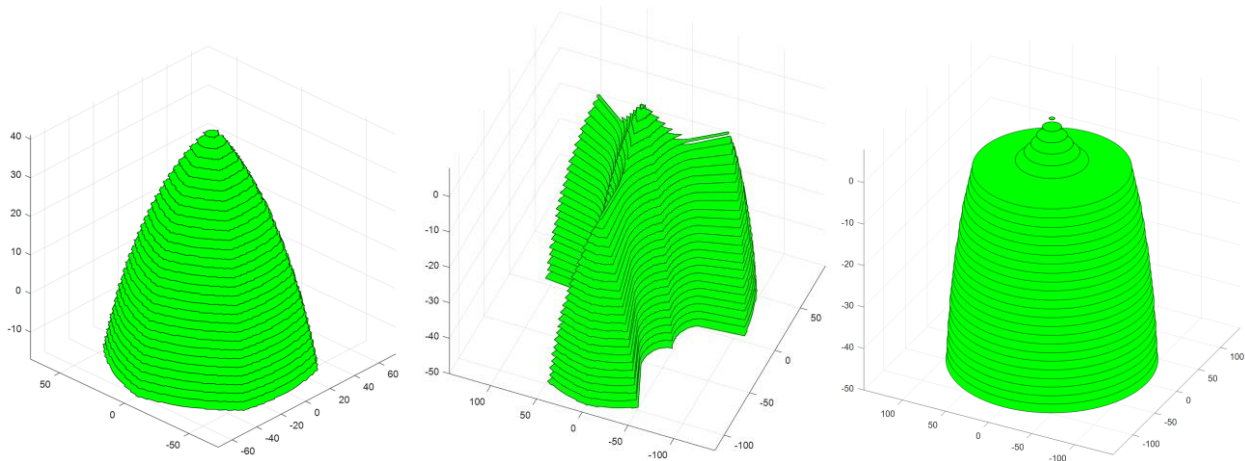
A forgó típus direkt kinematikai problémájára is alkalmazható a Newton módszer, ha az általános verziónál bemutatott képleteket megfelelően módosítva. A módosított képletek:

$$WL = (L1, L2, L3, L4, L5, L6)^T = (lfix, \dots, lfix)^T \quad (16)$$

$$Fi = Lfix^2 - Li^2 \quad (17)$$

## 2. Mukaterék vizsgálata

Mivel a platform 6 szabadsági fokkal rendelkezik, ugyanennyi dimenzióban kellene ábrázolni a munkatérét, hogy átfogó képet kapjunk az elérhető pozíciókról. Ezért egy konstans orientációjú munkatér kerül kirajzolásra, ahol a tengelyek körüli forgás mindig nulla. Ezért ez a munkatér csak közelítése a valóságos munkatérnek, de megmutatja a munkatér formáját. Valamint figyelembe kell venni, hogy a forgó típus szabadon el tud fordulni a Z tengely körül.



3. ábra: Általános és forgó típus munkatere (bal oldalt és középen), és a forgó típus munkatere figyelembe véve a szabad elfordulást

## 4. Összefoglalás

A vizsgálatok alapján egy hexapod, legyen az általános vagy forgó típusú megfelelő a platformra rögzített teher pozícionálására. A platformra bármi rögzíthető, például, ha egy kórházi ágyat rögzítünk egy olyan berendezést kapunk, ami kiválóan alkalmas az orvosi munka segítésére.

Szeretnék emellett köszönetet mondani konzulensemnek és a Medikai Innováció Kft-nek, továbbá mindenkinek, aki segítséget nyújtott a kutatásban.

## Hivatkozások

- [1] Helinski, A. L.: *Dynamic and Kinematic Study of a Stewart Platform Using Newton-Euler Techniques*, {online} <http://www.dtic.mil/get-tr-doc/pdf?AD=ADA219637>
- [2] Matworks.: {online} <https://www.mathworks.com/help/map/ref/circcirc.html>