

Paraméteres programozás alkalmazása az optimális termelési szerkezet meghatározásánál

Parametric programming applied to the optimal production structure in determining

L. NAGY, M. CSIPKÉS

Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar, Ágazati Gazdaságtan és Módszertani Intézet
Debrecen, Böszörményi út 138. 4032, Tel.: 52/508-444/274 E-mail: nagy.lajos@econ.unideb.hu
Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar, Ágazati Gazdaságtan és Módszertani Intézet
Debrecen, Böszörményi út 138. 4032, Tel.: 52/508-444/274 E-mail: csipkes.margit@econ.unideb.hu

Absztrakt. A mezőgazdasági tervezésben gyakran felmerül az a kérdés, hogy a különböző inputokból (műtrágya, takarmány, öntözés stb.) mennyit használjanak fel egy termelőegységre (föld, állat) vetítve, illetve milyen intenzitással. Az inputok transzfomációs hatékonyságát kísérletek beállításával elemzik, értékelik. Például műtrágyázási kísérletekkel vizsgálják a tápanyag-utánpótlást, takarmányozási kísérletekkel a takarmányok beltartalmi értékeinek a testtömeg-gyarapodásra, tejtermelésre gyakorolt hatását. A bevitt inputok hatékonyságát a külső környezet (időjárás, talajviszonyok, váratlan események), az alkalmazott technológia és a biológiai tényezők egyaránt befolyásolják. Mindezeket és a környezetvédelmi követelményeket figyelembe véve kell megválasztani a gazdálkodónak az egyes ágazatokban az inputok nagyságát. A gazdasági optimumot általában ágazati szinten próbálják megközelíteni, ami a későbbi tervezési adatok alapjául szolgál. A matematikai programozási modellek segítségével viszonylag egyszerűen és gyorsan meghatározható az optimális termelési szerkezet. A modellekben az ágazati számítások alapján adják meg a fajlagos erőforrás szükségleteteket, a korlátozásokat és a célfüggvény együtthatókat. Ezzel determinisztikussá válik a modell, és az ágazati elemzések vélt optimumainak megfelelő termelési szerkezeteket kaphatunk. Ehelyett célszerűbb lehet az ágazatokon belüli összefüggéseket közvetlenül beépíteni a matematikai programozási modellbe és a vállalati érdeket az ágazati érdekek fölé helyezve meghatározni az ágazati inputok intenzitását. Cikkünkben egy műtrágyázási példán keresztül mutatjuk be a termelési szerkezet és a növénytermelési ágazatok műtrágya inputjának egy időben történő optimalizálását, amelynek során a műtrágyázásra meghatározott ágazati összefüggések megjelennek a modell célfüggvényében.

Abstrakt. The agricultural planning often the question arises, how the different input (fertilizer, feed, irrigation, etc) from what to use on a production (land, animals) unit basis, and to what intensity. The input transformational efficiency experiments by setting analysis and evaluation. For example examined the nutrient replenishers fertilization experiments, the effect of nutritional values of the feed on the body weight gain, milk production in animal experiments. The input input efficiency to the external environment (weather, soil conditions, unexpected events), the technology used and the biological factors both influence. The farmer must be chosen in each sector, taking into account the magnitude of these inputs and environmental requirements. The economic optimum is usually trying to approach the sectoral level, which serves as the basis for future planning data. The mathematical

programming models using relatively simply and quickly determine the optimal production structure. The models provide the specific resource requirements for, and the limitations of the objective function coefficients are calculated on the basis of sectoral. This becomes a deterministic model, and we can get the appropriate sectoral analyzes outstanding results of production structures. Therefore the relationships within sectors directly incorporate mathematical programming model and corporate interests placed above the interests of the industry to determine the intensity of the sectoral inputs. in their article a fertiliser application example, we present the production structure and the plant production sector fertiliser input of a time optimization, in which the fertilizer for specified sectoral relationships appear in the model objective function.

1. Matematikai programozási modellek mezőgazdasági alkalmazása - áttekintés

A matematikai programozás az optimalizálási problémák megoldásának egyik meghatározó eszközcsoportja. Legegyszerűbb fajtája a lineáris programozás (LP), melyben korlátozó feltételekkel egy konvex halmazt határozunk meg, melynek ezután a lineáris célfüggvényben felírt (paraméteres) hipersík segítségével megkeressük azt a pontját, melynél a célfüggvény értéke extrém (minimális vagy maximális).

A gazdasági problémák modellezésekor gyakran fordulnak elő olyan esetek, amikor a célfüggvény nemlineáris függvény, vagy pedig a feltételek valamelyike nemlineáris. Ilyenkor beszélünk nemlineáris (NLP) feladról. Az NLP leggyakoribb alkalmazásakor a célfüggvény kvadrátikus. A kvadrátikus célfüggvényű NLP-t először [1] használta optimális portfóliók meghatározására, melyért Közgazdasági Nobel-díjat kapott.

1.1 Lineáris programozás

Dantzig kifejlesztette 1947-ben a lineáris programozási feladatok megoldására a szimplex algoritmust. A módszer hatékonyságának és rendszerszemléletű megközelítésének köszönhetően gyorsan tért hódított a döntés-előkészítésben, talán az egyik leggyakoribb felhasználás a lineáris programozás termelési modelleknél történő alkalmazása. A szakirodalomban szinte az összes termelési ágazatra vonatkoztatva található speciális alkalmazási lehetőségeket, és működő gyakorlati alkalmazásokat ([2], [3], [4], [5], [6], [7])

A matematikai programozás a mezőgazdaságban is gyorsan tért hódított, az 1950-es évek második felétől jelentek meg [8] és [9] kutatási eredményei. Magyarországon módszertani alapozó könyvek voltak [10], [11], [12] munkái, a mezőgazdasági alkalmazásban meghatározó kutatásokat folytatott [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], akik takarmány-felhasználás és takarmánytermelés, illetve komplex vállalati tervek, növénytermesztési technológiák optimalizálásában, valamint a vállalati tervkészítés automatizálásában értek el kiemelkedő eredményeket. [20] a vállalati géppark optimalizálással és a dinamikus és sztochasztikus modellek továbbfejlesztésével foglalkozott. [21] szerkesztésében jelent meg az első mezőgazdasági alkalmazásokra íródott összefoglaló operációkutatási mű Magyarországon.

Magyarországon a nyolcvanas évekre kialakult egy, az optimalizáló tervezést támogató tudományos háttér, illetve szaktanácsadási rendszer (pl. a Debreceni Agrártudományi Egyetemen működő CADMAS), és az akkori nagyüzemek jól képzett szakemberei hajlandók voltak, és tudtak is modellekben gondolkodni. Ekkor minden abba az irányba mutatott, hogy a küszöbön álló robbanásszerű informatikai fejlődés során nagyon gyors változások lesznek. Azonban a rendszerváltozás, és a privatizációval együtt járó birtokelaprózódás, és a tapasztalatlan, gyakran jogbizonytalanságban gazdálkodó kis- és középtermelői réteg kiszélesedésével a fent említett módszerek, illetve ehhez kapcsolódó rendszerek piaca teljesen beszűkült, így a magyar mezőgazdaság nem tudta kihasználni az ebben rejlő lehetőségeket [42]

A magyar viszonyokkal ellentétben a 90-es évektől a fejlett országokban rohamosan terjedni kezdtek a PC-kre írt alkalmazások, döntéstámogató modulok, melyek egy része lineáris programozási modellekre épülő termelési szerkezet optimalizálást, vagy többcélú programozáson alapuló modelleket használt. [22] és [23] a mezőgazdaságban fellépő kockázatok kezelésének széles skáláját mutatják be. 2000-2001-ben került piacra a Silsoe Research Institute, az IACR-Rothamsted, az ADAS, és a Morley Research Centre által fejlesztett Silsoe Whole Farm Model programcsomag. A lineáris programozáson és többcélú programozáson alapuló modellek fejlesztését [24] végezték. [25] egyszerű lineáris illetve determinisztikus többperiódusos modellekre épülő rendszert mutatnak be, és a kockázatkezelést a későbbiekben sztochasztikus programozással és MOTAD-modell segítségével kívánják megoldani.

A lineáris programozás speciális alkalmazási területei közül kiemelnénk a mezőgazdaságot, ahol a növénytermesztési döntéstámogató rendszerek alkalmazásával foglalkoztak a következő személyek: [26], [27], [20],[28], [29], [30],[31], [21], [32],[33], [34], [19],[35], [17], [36].

Ezek a kutatók a takarmány-felhasználás, a takarmánytermelés, a komplex vállalati tervek, illetve a növénytermesztési technológiák optimalizálásában, valamint a vállalati tervkészítés automatizálásában végeztek kiemelkedő tevékenységet.

[37] a Doktori értekezésében is ("Egyes energia-növények gazdasági elemzése, valamint hatásuk a földhasználatra" címmel) növénytermesztési modelleket készített el és elemezte le azokat.

1.2 Kockázatprogramozás

Az előző alfejezetben ismertetett lineáris programozási modellek minden előnyük ellenére figyelmen kívül hagyják a döntéshozó kockázathoz való hozzáállását. Ezt a kockázatprogramozási modellekkel, azaz a hasznosságmaximalizáló modellekkel tudjuk figyelembe venni ([38], [39]). A kockázatprogramozási modellek esetén először azt kell eldöntenünk, hogy a kockázatot hogyan jellemezzük. A kockázat mértékének meghatározására – többek között – a szóródási mutatók is alkalmasak. Pénzügyi portfóliók optimalizálásakor a portfólió varianciájával adják meg leggyakrabban a kockázatot ([40], [41]). A varianciát alkalmazzák a várható érték – variancia (E-V) modellekben is. A variancia minimalizálásakor egy kvadratikus célfüggvényű modellt kapunk. A variancia alternatívája lineáris programozási modellben az abszolút átlageltérés alkalmazása. E típusú kockázatprogramozási

modell innen kapta a nevét, ez a MOTAD (Minimization of Total Absolute Deviation) modell, amelyet HAZELL 1971-ben fejlesztett ki.

A lineáris programozási modell megfogalmazásában a rendelkezésre álló erőforrások segítségével egy olyan optimális termelési programot szeretnénk, ahol a jövedelem maximális. Azonban ennél a termelési szerkezetnél a legnagyobb a kockázati tényező is, azaz a jövedelemingadozás, mert – a korlátozó feltételektől függően – a magas fajlagos jövedelmű, így nagyobb jövedelemingadozású tevékenységek aránya nagyobb lesz a tevékenységek összetételében. A maximális jövedelemhez – ha nincs alternatív optimum – csak egy lehetséges termelési szerkezet tartozik. A döntéshozók többsége azonban hajlandó lemondani bizonyos mennyiségű jövedelemről annak érdekében, hogy egy általa elvárt jövedelemszint minél kisebb kockázattal elérhető legyen. Minden döntéshozó, azonos eredményt realizáló tervek közül azt a tervet fogja előnyben részesíteni, amely kisebb kockázattal valósítható meg. Ezt a tervet efficiens tervnek nevezzük. Az E-V és a MOTAD modell segítségével meghatározható az a termelési szerkezet, ahol a variancia illetve az átlagtól vett eltérések összege minimális. Több, a maximálisnál fokozatosan csökkenő eredményt paraméteresen beállítva, majd lefuttatva a modelleket (paraméteres programozás) megkapjuk a különböző jövedelemszintekre érvényes efficiens terveket. Ha ismernénk a döntéshozó hasznosságfüggvényét, a megfelelő terv egyértelműen kiválasztható lenne. Ennek hiányában a döntéshozónak kell kiválasztania a saját hasznosságának leginkább megfelelő változatot az efficiens tervek közül: azt a változatot, melynél a jövedelem még elfogadhatóan magas, ugyanakkor a kockázatot kifejező variancia is elfogadható.

Az előző modellek akkor is használhatók, ha nem ismert a döntéshozó hasznossági függvénye. A hasznossági függvény ismerete esetén alkalmazható a DEMP modell (direct expected utility maximizing program) ([43]), melynél a célfüggvényben közvetlenül a hasznosság maximalizálását végezzük el.

1.3 Paraméteres modellek

Paraméteres modellnek hívjuk az olyan lineáris modelleket, amelyeknek a $A, \underline{b}, \underline{c}^T$ elemei között függvények is szerepelnek ([44]). Ha ezek a függvények egyváltozósak és első fokúak, akkor a modellt egyparaméteres lineáris modellnek nevezzük ([45]). Ilyen esetek akkor adódnak, hogy ugyanazon fajlagos mutatókat tartalmazó A mátrix esetén többféle \underline{b} (kapacitás-), illetve \underline{c}^T (egységár-) vektorhoz kell az optimális programot meghatározni. Az ilyen esetekben nem feltétlenül szükséges az egész programozást minden \underline{b} -re és \underline{c} -re egyesével elvégezni, hanem csak az optimális program stabilitását kell megvizsgálni.

Külön eseteket lehet megvizsgálni, hogy a paraméter hol helyezkedik el. Ez alapján lehet a célfüggvényben, és a b vektorban is.

Abban az esetben, ha a célfüggvényben van a paraméter, akkor a következő matematikai sort lehet felírni:

$$\begin{aligned} \underline{x} &\geq \underline{0} \\ \underline{A} \cdot \underline{x} &\leq \underline{b} \\ z &= (\underline{p}^T + \underline{q}^T \cdot t) \cdot \underline{x} \rightarrow \text{MAX!} \end{aligned}$$

, ahol a t skalár paraméter értéke változhat $\alpha \leq t \leq \beta$ intervallum között.

Törvényszerűen tehát elmondható, hogy egy parametrikus programozási feladatot úgy kell megoldani, mint ahogy meghatározzuk azokat a bázisokat és t -nek azon intervallumát, melyben az adott feladat optimális megoldásai vannak.

A másik eset az, mikor a paraméter a \underline{b} vektorban van benne. Ekkor a mátrixos felírás a következőképpen néz ki:

$$\begin{aligned} \underline{x} &\geq \underline{0} \\ \underline{A} \cdot \underline{x} &\leq \underline{b} + \underline{d} \cdot t \\ z &= \underline{c}^T \cdot \underline{x} \rightarrow \text{MAX!} \end{aligned}$$

ahol a t skalár paraméter értéke változhat $\alpha \leq t \leq \beta$ intervallum között. Az ilyen problémamegoldást az adott feladat duálpárján keresztüli feladatmegoldással tudjuk megoldani ([46]).

2. Paraméteres modell növénytermesztés tervezésére

A kutatásunkban paraméteres célfüggvényű matematikai programozási modellt készítettünk. Az alapmodellt egy növénytermesztés termelési szerkezetének optimalizálására szolgáló lineáris programozási modell adta. Az alapmodellt, illetve annak a kutatási célnak megfelelő módosított alkalmazásait korábban többször is alkalmaztuk. Jelen esetben, a célfüggvényben a különböző növénytermelési ágazatokhoz kapcsolva az adott növény műtrágyázási függvényét illesztettük be. A célunk a vetésszerkezet és az egyes növények alá adagolandó egy hektárra jutó műtrágyamennyiség egyidejű optimalizálása.

2.1 A modell paramétere

2.1.1 Változók

A modellben termelési változókként a növénytermesztési ágazatok szerepelnek. A többi változó erőforrás változó. Azokat az erőforrásokat alkalmazhatjuk rugalmasan változó erőforrásként, amelyeknek a mennyisége a termelés volumenének változásával a gyakorlatban is módosítható, illetve úgy is kezelik. Például a termelés forgóeszközigénye fedezhető saját forrásból, azonban amennyiben szükséges (és lehetséges) idegen forrásokat is igénybe vehetünk. A gépi erőforrásaink kapacitása is véges. Ha nem rendelkezünk elegendő gépkapacitással valamelyik csúcsidezőszakban, akkor általában lehetőségünk van bérletre, vagy elegendő pénzügyi forrás esetén vásárlásra. A mezőgazdaságban vannak olyan ágazatok, amelyek meghatározott időszakokban (betakarításkor, ültetéskor stb.) nagy mennyiségű időszakos kézi munkaerőt igényelnek, és lehetőség is van időszakos munkások

alkalmazásra. A termeléshez szükséges alapanyagokból is annyit szerez be a vállalkozás, amennyire éppen szüksége van.

A modellbe rugalmasan változtatható erőforrásként a hektáronkénti műtrágya mennyiséget, a gépi bér munkát és az időszakos munkaerőt építettük be.

Termelési változók:

- x_j : növénytermesztési ágazatok nagysága (ha)

Erőforrás változók:

- y_j : a változó ráfordítás egy hektárra adagolt mennyisége a j-edik növény esetén (kg/ha)
- Γ_i^h : gépi bér munka változó a h-adik erőforrásból az i-edik időszakban (munkaóra)
- Λ_i^l : időszakos munkaerő az l-edik erőforrásból az i-edik időszakban (munkaóra)

2.1.2 Konstansok

A modellben szereplő konstansokat két nagy csoportra bonthatjuk, a korlátokra és az egyes változókhoz kapcsolódó fajlagos szükségletekre. Korlátot képez a rendelkezésre álló földterület, a gépek adott időszakban rendelkezésre álló kapacitása, a szintén adott időszakhoz köthető rendelkezésre álló munkaóra.

Korlátok:

- F : A rendelkezésre álló teljes terület
- F_i : Az i-edik talajtípusból rendelkezésre álló terület (ha)
- G_i^h : A h-adik géptípusból az i-edik időszakban rendelkezésre álló kapacitás (munkaóra/időszak)
- M_i^l : A l-edik típusú humán erőforrásból rendelkezésre álló mennyiség az i-dik időszakban (munkaóra/időszak)

A fajlagos szükségletek a termelési változókhoz kapcsolódnak. A növénytermesztés speciális erőforrásigénye a szántóterület. A különböző munkákat mindig egy biológiailag és technológiailag optimális időszakban kell elvégezni, ezért az egyes műveletek iránti igény is ekkor jelentkezik. A műveleteket időszakokra és erőforrástípusokra kell lebontani. Ezek után megadhatók időszakonként és erőforrás-féleségenként a fajlagos szükségletek.

Fajlagos szükségletek

- f_{ij} : A j-edik növény fajlagos területfoglalása az i-dik talajtípuson (1)
- g_{ij}^h : A j-edik növény fajlagos gépi erőforrás szükséglete a h-adik gépi erőforrásból az i-edik időszakban (óra/ha)
- m_{ij}^l : A j-edik növény fajlagos humán erőforrás szükséglete a l-edik humán erőforrásból az i-edik időszakban (óra/ha)
- e_{ij} : a j-edik változó fajlagos forgóeszköz szükséglete az i-edik időszakban (E Ft)
- E_i : Forgóeszköz igény az i-edik időszakban (E Ft)

2.2 Korlátozó feltételek

A korlátozó feltételekkel adjuk meg egyrészt az egyes erőforrások rendelkezésre álló mennyiségével kapcsolatos korlátozásokat, másrészt az különböző feltételekkel a változók egymással való kapcsolatát szabályozzuk mérlegfeltételek segítségével.

2.2.1 Területi korlátozások és feltételek:

- Teljes területre: $\sum_{j=1}^n f_j x_j \leq F$
- Talajtípusonkénti korlát: $\sum_{j=1}^n f_{ij} x_j \leq F_i$
- Vetésváltási korlát:
- Egy növényre: $f_{ij} x_j \leq F_i$
- Növénycsoportra: $f_{ij} x_j + f_{ij+1} x_{j+1} + \dots + f_{in} x_n \leq \lambda F_i \quad 0 \leq \lambda \leq 1$
- Két tevékenység aránya: $\lambda f_{ij} x_j - f_{ik} x_k = 0$

2.2.2 Gépekkel kapcsolatos korlátozások és feltételek:

- $\sum_{j=1}^n g_{ij}^h x_j \leq G_i^h$
 - Bérmunka esetén: $\sum_{j=1}^n g_{ij}^h x_j \leq G_i^h + \Gamma_i^h$
- $$\sum_{j=1}^n g_{ij}^h x_j - \Gamma_i^h \leq G_i^h$$

ahol Γ_i^h : A h-adik géptípusból i-edik időszakban bérbevett gépóra

2.2.3 A munkaerővel összefüggő korlátozások és feltételek:

- $\sum_{j=1}^n m_{ij}^l x_j \leq M_i^l$
 - Időszakos munka esetén: $\sum_{j=1}^n m_{ij}^l x_j \leq M_i^l + \Lambda_i^l$
- $$\sum_{j=1}^n m_{ij}^l x_j - \Lambda_i^l \leq M_i^l$$

ahol Λ_i^l : Az l-adik erőforrásból i-edik időszakban bérbevett munkaóra

2.2.4 Forgóeszközökre vonatkozó korlátozás:

- $\sum_{j=1}^n e_{ij} x_j - E_i \leq 0$

Természetesen a gazdaság sajátos feltételeit is beépíthetjük a modellbe. Például takarmánytermelési feltételeket hozhatunk létre. Ilyenkor takarmány változókat definiálunk és az állattenyésztés éves igényeit kielégítő mennyiségeket alsó korlát formájában fogalmazzuk meg a modellben.

2.3 Célfüggvény

A modellben alkalmazott célfüggvény fedezeti hozzájárulás tartalmú. A célfüggvény együtthatókat az alábbiak szerint számoltuk:

- Első lépésben kiszámítottuk az ágazatok termelési értékét
- Számba vettük azokat a változó ráfordításokat, amelyeket nem optimalizáltunk a termelési szerkezettel egy időben.
- Fenti adatok alapján (Termelési érték – a b) pontban szereplő ráfordítások) kiszámítható a rugalmasan változtatott változók költsége nélküli ágazati fedezeti hozzájárulás. Ez lesz az ágazatok célfüggvény együtthatója.
- Az erőforrás változóknál a számított fajlagos változó költséget negatív előjellel adjuk meg, mint célfüggvény együttható értéket.
- A c) és d) pontban kiszámított célfüggvény koefficiensek és a változók értékeiből számított szorzatösszegek adják a vállalkozás tényleges fedezeti hozzájárulását, azaz a célfüggvény értéket. Az optimalizálás során a célfüggvény maximumát keressük.

$$\blacksquare \sum_j (T_j - C_j^V) x_j - \sum_i \sum_h C_i^h \Gamma_i^h - \sum_i \sum_h C_i^l \Lambda_i^l - \sum_k C'_j y_j x_j \rightarrow MAX!$$

Jelölések:

- T_j : a j-edik ágazat termelési értéke
- C_j^V : a j-edik ágazat változó költsége a modellben egy időben optimalizált változó ráfordítása nélkül
- $(T_j - C_j^V) x_j$: a j-edik ágazat fedezeti hozzájárulása a modellben egy időben optimalizált változó ráfordítása nélkül számítva
- C_i^h : Fajlagos bérmunka költség
- C_i^l : Fajlagos időszakos munkaerő költség
- C'_j : Fajlagos műtrágya költség

A modellben a termésátlag a műtrágyázás függvénye. Ebből adódóan az előbb megadott célfüggvényt módosítani szükséges. A műtrágya hatás leggyakrabban másodfokú polinommal írható le. A másodfokú hozamfüggvény egyrészt jól mintázza a csökkenő hozadék elvét, másrészt van maximuma, ami fontos tényező, hisz a túlzott műtrágyázás depressziós hatással van a növényekre. A klasszikus intenzív növénytermesztési rendszerekben a minél magasabb hozam elérése a cél, ezért gyakran találkozunk a túlműtrágyázás jelenségével, ami komoly környezetkárosítást is okoz. Az integrált növénytermesztési rendszerek előrelépést jelentenek az intenzívhez képest, mert itt a kivont tápanyag függvényében történik a tápanyag-utánpótlás, kisebb a környezetkárosító hatás is. Azonban nem szabad figyelmen kívül hagynunk azt a tényt, hogy a vállalkozások elsődleges célja a minél magasabb jövedelem elérése. Ez gyakran ellentmondásban van egyéb célokkal. Ágazati szinten vizsgálva tudjuk, hogy a jövedelem maximum épp a csökkenő hozadék elve miatt nem esik egybe hozammaximummal. Ezt alkalmazva meghatározhatók az optimális ráfordítási szintek. Kérdés, hogy egy mezőgazdasági vállalkozás komplexitását, és az egyedi specifikusságát figyelembe véve vállalati szinten az egyes

ágazatoknál számolt optimális inputok alkalmazása összességében valóban optimálisnak tekinthető-e? Ha a célfüggvénybe beépítjük az ágazatokban megfigyelt törvényszerűségeket az alkalmazott modell egy rendszerszemléletű elemzést tesz számunkra lehetővé.

A következőkben nézzük, hogyan változik a célfüggvény, ha a hozam regressziós függvénnyel leírható. Első lépésben a termelési érték számítása:

$$\bullet \quad H_j = f(y_j) \rightarrow T_j = H_j P_j + T_{ej} = f(y_j) P_j + T_{ej}$$

ahol, H_j : a j-edik növény hozama (t/ha)

y_j : a j-edik növény alá adagolt k-adik típusú műtrágya (kg/ha)

T_j : a j-edik növény termelési értéke (E Ft)

P_j : a j-edik növény felvásárlási ára (E Ft/t)

T_{ej} : a j-edik növény egyéb bevétele (pl. támogatás)

Fentiek alapján a módosított célfüggvény:

$$\blacksquare \quad \sum_j (f(y_j) P_j + T_{ej} - C_j^V) x_j - \sum_i \sum_h C_i^h \Gamma_i^h - \sum_i \sum_h C_i^l A_i^l - \sum_k C'_j y_j x_j \rightarrow \text{MAX!}$$

3. A modell gyakorlati alkalmazása

A modell kipróbálását egy ezer hektáros területtel rendelkező hajdúsági mezőgazdasági vállalkozás adatai alapján végeztük el. A gazdaságban öt alapnövényt, őszi búzát, őszi árpát, kukoricát, napraforgót és őszi káposztarepcét termesztenek. A gazdaság gépesítettsége átlagos, gépi bérmunkát nem szoktak igénybe venni, bár van néhány csúcsidőszak, amikor teljes a kihasználtság. Egyéb időszakokban ők maguk vállalnak gépi szolgáltatást. Saját szárítóval és raktárral rendelkeznek. A termesztett kultúrákhoz nem kell időszakos munkaerőt igénybe venni. A gazdaságban több éve végeznek saját műtrágyázási kísérleteket egy kisebb területen. Az adatokat kiértékeltek, ennek alapján a nitrogén műtrágyázásra vonatkoztatva tudunk meghatározni értékelhető regressziós függvényeket. Másodfokú polinomot ($H=b_0+b_1y+b_2y^2$, ahol y a hektáronként kiadott műtrágya mennyiség kg-ban) illesztettünk az adatokra. Az R^2 értékek 0,6 és 0,72 között alakultak, a függvényparaméterek $\alpha=0,05$ esetén szignifikánsak voltak, kivéve a napraforgót, ahol a b_1 paraméter $\alpha=0.1$ -nél volt szignifikáns.

3.1 A modell fontosabb eredményei

A modellt lefuttattuk a megkapott regressziós paraméterekkel és a 95%-os konfidencia intervallumnál számított függvényparaméterekkel is. Az időjárási körülményeket nem tudjuk befolyásolni, ebből adódóan a különböző években más-más műtrágya-hasznosulással kell számolni. Csapadékosabb évben a nagyobb dózisok magasabb terméssel járnak, száraz évjáratban kevesebb műtrágyát kell adni.

Növény	Vetésszerkezet (ha)	Hozam t/ha	Műtrágya különbözet
Regressziós paraméterek			
Őszi búza	100	5,4	-6,9%
Őszi árpa	0		
Kukorica	500	10,7	-4,4%
Napraforgó	150	2,4	-7,9%
Repce	250	3,2	-5,6%
Regressziós paraméterek 95% KI alsó			
Őszi búza	325	4,6	-8,2%
Őszi árpa	0		
Kukorica	425	9,2	-7,6%
Napraforgó	0		
Repce	250	2,2	-15,3%
Regressziós paraméterek 95% KI felső			
Őszi búza	50	6,3	-16,9%
Őszi árpa	0		
Kukorica	500	12,5	-0,6%
Napraforgó	200	3,6	-15,6%
Repce	250	4,8	-8,3%

1. táblázat: A vetésszerkezet, a hozamok és a műtrágya megtakarítás alakulása

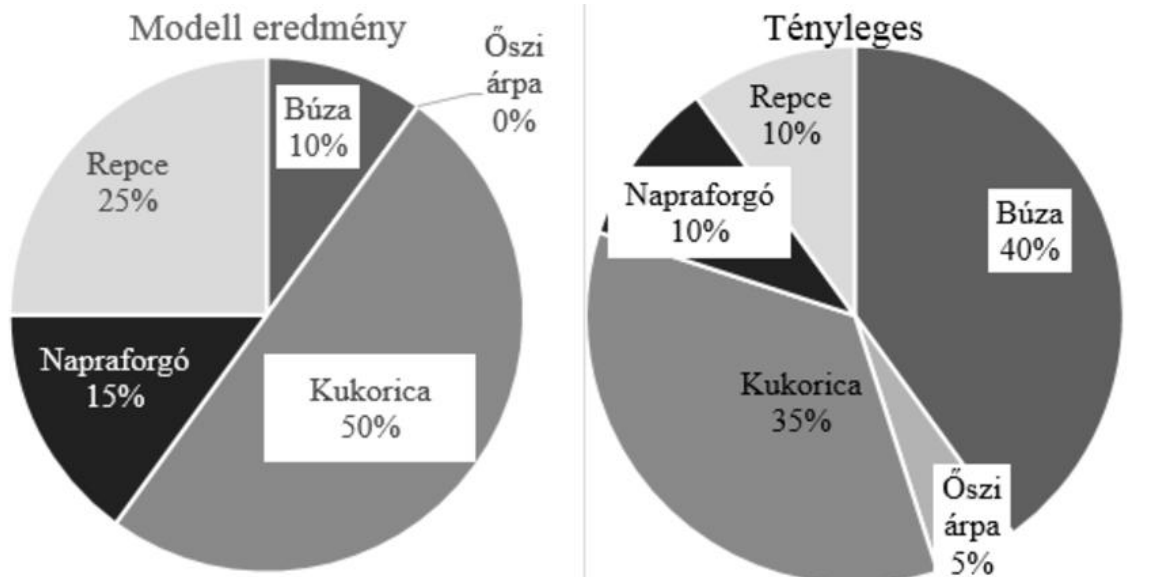
(Forrás: Saját számítás)

A regressziós paraméterek alkalmazásakor tulajdonképpen egy „átlagos” évet feltételezünk, a konfidencia intervallum alsó határértékeinél „gyengébb”, míg a felső határértékek esetén egy átlagosnál sokkal jobb évjáratot. Persze nem hagyható figyelmen kívül a csapadék eloszlása sem, hisz az egyes növényeknél a talajnedvesség és légnedvesség igény megfelelő fenofázisokhoz kapcsolódik. Mindez a modell gyakorlati alkalmazásakor magas szintű szakmai ismereteket igényel. A modell paraméterei egy már ténylegesen befejezett gazdasági évre vonatkoztak, így a modell futtatása után lehetőségünk nyílt a valós adatokkal történő összehasonlításra is. A vetésszerkezettel és hozamokkal kapcsolatos információkat az 1. táblázat tartalmazza.

Megfigyelhető, hogy az intenzitás növekedésével a búza vetésterülete csökken. A konfidencia intervallum alsó határán számított műtrágyadózisoknál még 325 hektár volt a területe, és ez csökkent előbb 100, majd 50 hektárra. A kukorica területe megnőtt a vetésterületi korlátig (a vetésváltási feltételek szerint legfeljebb a terület felén lehet kukorica). A napraforgó hasonlóan viselkedik, mint a búza. A repce vetésterülete mindegyik modellben a vetésváltási korlátban megadott maximumon áll. Az őszi árpa egyik variánsban sem volt versenyképes. A termésátlagok természetesen nőnek az intenzitás fokozásával. Az 1. táblázat utolsó oszlopában a műtrágya különbözet a maximális fedezeti hozzájárulás eléréséhez szükséges fajlagos műtrágyamennyiség (OPT) és a regressziós függvény maximumához tartozó fajlagos műtrágya mennyiség (MAX) és különbségét mutatja relatív értékben:

$$\frac{OPT - MAX}{OPT} \%$$

A továbbiakban a regressziós függvénnyel kombinált modell eredményeit vetjük össze a gazdaság tényleges eredményeivel. A modell optimális vetésszerkezeti arányai és tényleges arányok hasonlíthatóak össze az 1. ábrán. A modell megoldása után az optimális megoldásban nem szerepelt az árpa. A kukorica foglalta el a terület negyedére repce, 15%-ára napraforgó, tizedére őszi búza került. A gazdaság vetéstervében a búza és a kukorica dominált, a terület háromnegyedén vetették ezeket a növényeket. A repce és a napraforgó 10-10%-kal, az árpa 5%-kal részesedett.



1. ábra: Vetésterületi arányok

(Forrás: Saját szerkesztés)

A 2. táblázatban a gazdaság által ténylegesen betakarított termésátlagokat hasonlíthatjuk össze a modell által számított terméseredményekkel. Jól látható, hogy a tényleges termésátlagok különböznek a modellben számítottakhoz képest. Ez természetes is, mert a gazdaság nem a modellben számított műtrágyaadagokat adta a növények alá (2. ábra). Az optimális megoldáshoz képest más termelési szerkezet és termésátlagok több, mint 40 millió forinttal kevesebb fedezeti hozzájárulást hoztak a gazdaságnak, ami valamivel több, mint 10%-os csökkenést jelent.

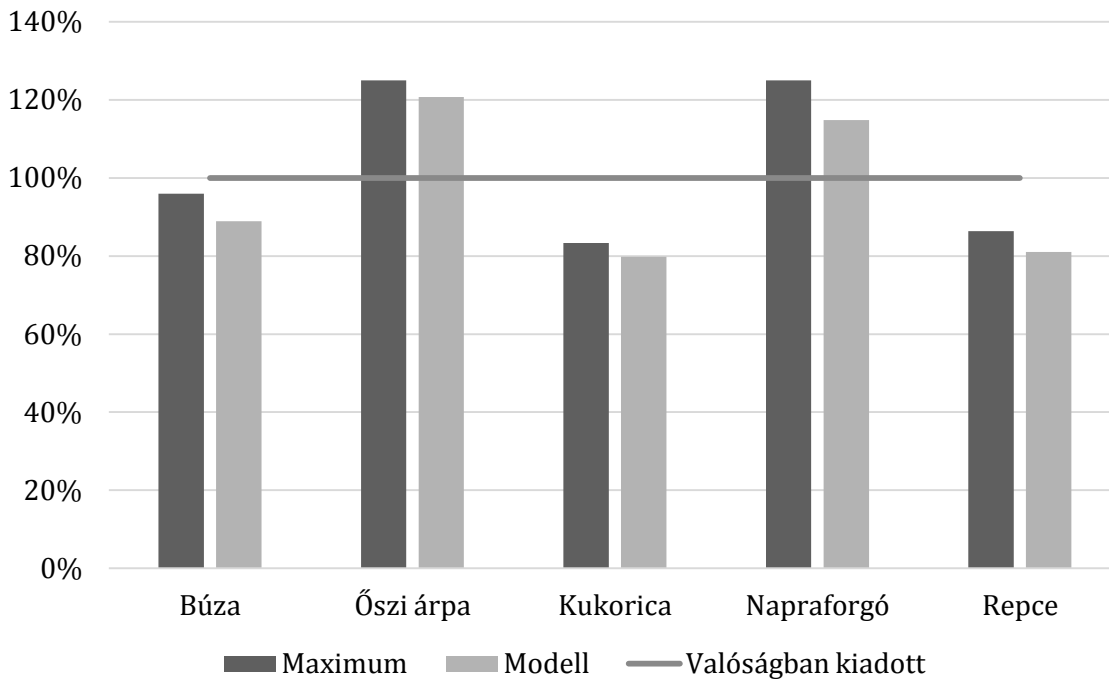
Me.: t/ha

Megnevezés	Modelleredmény	Tényleges termésátlag	Tényleges műtrágya - számított átlag
Búza	5,32	5,80	5,38
Őszi árpa	4,76	4,70	4,64
Kukorica	10,76	10,20	10,37
Napraforgó	2,37	2,28	2,32
Repce	3,14	3,30	3,18
FH (E Ft)	417031	376658	

2. táblázat: A termésátlagok összehasonlítása

(Forrás: Saját számítás)

A műtrágya adagok teljesen eltértek a regressziós függvényben számítottakhoz képest. A 2. ábrán a 100% szint a gazdaság által ténylegesen kiadott műtrágya mennyiségére vonatkozik. A búza a kukorica és a repce esetén a ténylegesen kiadott mennyiség jelentősen meghaladja a még a regressziós függvények maximumát is, míg ezzel szemben az őszi árpa és a napraforgónál lényegesen kevesebbet adtak.



2. ábra: A növények alá adott fajlagos műtrágyamennyiség a ténylegesen kiadotthoz képest (Valóságban kiadott=100%)

(Forrás: Saját szerkesztés)

4. Konklúziók, továbbfejlesztési lehetőségek

A kutatás során azt elemeztük, hogy a regressziós függvények alkalmazása segítheti-e matematikai programozási modellekkel kombinálva a döntéshozói tevékenységet. Felállítottuk a matematikai modellt, majd egy mezőgazdasági vállalkozás adatait felhasználva megvizsgáltuk, hogyan alakul különböző esetekben a tápanyag-utánpótlás intenzitása, illetve ez hogyan hat a termelési szerkezetre és a jövedelemre.

A modell véleményünk szerint eredményesen alkalmazható a termelési szerkezet optimalizálásra. A gyakorlati teszt futtatása során több, mint 10 %-os fedezeti hozzájárulás növekedést értünk el. A regressziós függvények valóságűsége nagyban befolyásolja a megkapott eredmények megbízhatóságát, ezért ezek jószágának folyamatos tesztelése elengedhetetlen. A modell alapján a külső és belső környezet függvényében lehetővé válik a rendszerszemléletnek megfelelő tervezés.

A további munkát a modell tesztelése jelenti minél több valós helyzet figyelembevételével.

A módszer egyik továbbfejlesztési lehetősége szimulációs modellek fejlesztésével történhet.

Hivatkozások

- [1] Markowitz H. (1959): Portfolio selection, efficient diversification of investments. New York. Wiley
- [2] Hartley R. (1971): Decision making when joint products are involved. Accounting Review. p. 746-755.
- [3] Cheung H. – Anger J. (1976): Linear programming on land use allocation. Socio-economic planning science 10. p. 43-45.
- [4] Jain S. K. – Stott K. L. – Vasold E. G. (1978): Orderbook balancing using a combination of LP and heuristic techniques. Interfaces 9. no.1. pp. 55-67.
- [5] Sullivan R. – Secrest S. (1985): A simple optimization DSS for production planning at Dairyman's Cooperative Creamery Association. Interfaces 15 no.5. pp. 46-54.
- [6] Carino H. – Lenoir C. (1988): Optimizing wood procurement in cabinet manufacturing. Interfaces 18. no.2 pp. 11-19.
- [7] Dobson G. – Kalish S. (1988): Positioning and pricing a product line. Marketing Science 7. pp. 107-126.
- [8] Heady E. O. (1957): Economics of agricultural production and resource use. Prentice-Hall. Englewood Cliffs
- [9] Heady E. O. – Candler W. (1958): Linear programming methods. Iowa States University Press. Ames
- [10] Krekó B. (1965): Mátrixszámítás. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest
- [11] Krekó B. (1966): Lineáris programozás. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest
- [12] Krekó B. (1972): Optimumszámítás. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest
- [13] Tóth J. (1969): A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Akadémiai Kiadó. Budapest
- [14] Tóth J. (1973): A termelési tényezők felhasználásának optimalizálása a mezőgazdaságban. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest
- [15] Tóth J. (1981): Mezőgazdasági vállalatok automatizált tervezése. Mezőgazdasági kiadó. Budapest
- [16] Ertsey I. (1974): A lineáris programozás alkalmazása a termelőszövetkezetek távlati fejlesztési tervének készítésében. Doktori értekezés kézirat. Debreceni Agrártudományi Egyetem. 134. p.
- [17] Ertsey I. (1986): Some methodological problems of modelling crop production. Bulletin for Applied Mathematics XLIII. pp. 86
- [18] Ertsey I. – Kárpáti L. (1981): Növénytermesztési ágazatok számítógépes interaktív tervezési-elemzési rendszere. XI. Magyar Operációkutatási Konferencia előadás-kivonatai. Miskolc.

- [19] Ertsey I. – Tóth J. (1985): The application of an automated technological planning system and linear programming in the foundation of decisions relating to the utilization of machines. Bulletin for Applied Mathematics XXXVIII. PAMM's 65th Country Meeting
- [20] Csáki Cs. – Varga Gy. (1976): Vállalatfejlesztési tervek lineáris programozási modellje. Akadémiai Kiadó. Budapest 184. p.
- [21] Csáki Cs. – Mészáros S. (1981): Operációkutatási módszerek alkalmazása a mezőgazdaságban. Mezőgazdasági Kiadó. Budapest
- [22] Hardaker J.B. – Huirne R.B.M. – Anderson J.R. (2004): Coping with Risk in Agriculture. 2nd edn. CABI Publishing. Wallingford-Cambridge
- [23] Hardaker J.B. – Richardson J. W. – Lien G. – Schumann K. D. (2004): Stochastic Efficiency Analysis with Risk Aversion Bounds: a Simplified Approach. Australian Journal of Agricultural Economics
- [24] Audsley E. (2001): Agricultural mechanisation and automation: Expenditures and returns. UNESCO Encyclopedia of Life Support Systems (in press)
- [25] Alford A.R. – Griffith G.R. – Cacho O. (2004): A Northern Tablelands Whole-Farm Linear Program for Economic Evaluation of New Technologies at the Farm-Level. Economic Research Report No.13. NSW Agriculture. Armidale. March.
- [26] Dantzig G. B. (1963): Linear Programming and Extensions. Princeton University Press. Princeton. New Jersey
- [27] Csáki CS. (1969): Mezőgazdasági vállalati távlati tervezés matematikai programozással. Akadémia Kiadó. Budapest
- [28] Szelényi L. (1977): Meliorációs tervezés, operációkutatási módszerekkel. In: Ágoston B. – Gábel A. – Magyar J. – Marjai Gy. – Matos K. – Nádosy I. – Sipos A. – Sipos S. – Stefanovics P. – Szabó J. – Tóth B. – Géczy K. – Kamarás M. – Szelényi L.: A melioráció kézikönyve. Mezőgazdasági Kiadó. Budapest. ISBN 963-230-255-9 1-394. p.
- [29] Dinya L. (1978): Matematikai modellek a mezőgazdasági vállalatok tervezésében és elemzésében. Debreceni Agrártudományi Egyetem. „Tessedik Sámuel” Tiszántúli Mezőgazdasági Tudományos Napok. Debrecen
- [30] Király E. – Szenteleki K. – Tóth J. (1978): A növénytermelési technológiák automatizált tervezése. Gazdálkodás XXII. évfolyam 10. szám. 25-31. p.
- [31] Vinczeffy ZS. (1980): Lineáris programozási modellépítés módszere a növénytermelés tervezésében. Gazdálkodás XXIV. évfolyam. 5. szám. 33-40. p.
- [32] Forgács CS. (1981): Állattenyésztési modellek. In.: Operációkutatási módszerek alkalmazása a mezőgazdasági vállalatok tervezésében. Agrártudományi Egyetem Közleménye. Gödöllő
- [33] Tóth J. (1978): Mezőgazdasági vállalatok automatizált tervezése. Operációkutatás és számítástechnika a mezőgazdaságban. 2. Országos Tudományos Konferencia előadás. Debrecen

- [34] Nemessályi Zs. (1982): A melléktermékek felhasználása. Mezőgazdasági Kiadó. Budapest. 1-151. p.
- [35] Ertsey I. (1974): A lineáris programozás alkalmazása a termelőszövetkezetek távlati fejlesztési tervének készítésében. Doktori értekezés kézirat. Debreceni Agrártudományi Egyetem. 134. p.
- [36] Nagy L. (2009): A kockázatelemzés néhány lehetősége a növénytermesztés döntéstámogatásában. Doktori értekezés. Debrecen
- [37] Csipkés M. (2011): Egyes energia-növények gazdasági elemzése, valamint hatásuk a földhasználatra. Doktori értekezés. Gazdálkodás- és szervezéstudományok tudományágban. DE AGTC. Debrecen
- [38] Hazell P. B. R. – Norton R. D. (1986): Mathematical Programming for Economic Analysis in Agriculture. Macmillan Publishing Company. New York
- [39] Hardaker J. B. – Huirne R. B. M. – Anderson J. R. (2004): Coping with Risk in Agriculture. 2nd edn. CABI Publishing. Wallingford-Cambridge
- [40] Markowitz H. (1959): Portfolio selection, efficient diversification of investments. New York. Wiley
- [41] Sharpe W. (1963): A Simplified Model for Portfolio Analysis. Management Sciences 9 p. 277-293
- [42] Oláh J. (2013): A pályakezdő fiatalok munkaerő-piaci helyzete Szabolcs-Szatmár Bereg megyében. A Virtuális Intézet Közép-Európa Kutatására Közleményei V. évf. 1. sz. (no.12.) A-sorozat 4. Gazdálkodás- és Szervezéstudományi tematikus szám. Szeged. 33-38. p.. ISSN 2062-1396
- [43] Lambert D. K. – Mccarl B. A. (1985): Risk Modeling Using Direct Solution of Nonlinear Approximations of the Utility Function. Amer. J. Agr. Econ. p. 846-852
- [44] Dantzig G. B. (1973): Linear Programming and Extensions. Princenton University Press
- [45] Hillier – Lieberman (1994): Bevezetés az operációkutatásba. LSI Oktatóközpont. Budapest
- [46] Danyi P. – Varró Z. (1997): Operációkutatás üzleti döntések megalapozásához. JPTE. Pécs