

Modellalkotás középiskolás fokon

Using Mathematical Models in Secondary Grammar Schools

KÉZI CSABA

¹University of Debrecen, Faculty of Engineering, Department of Basic Technical Studies,
kezicsaba@eng.unideb.hu

Absztrakt. 2021. február 11-én a mátészalkai Esze Tamás Gimnáziumban motivációs előadást tartottam, és a tanulókkal egy tesztfeladatsort töltettem ki. Tanulmányomban választ kerestem arra, hogy az érettségi előtt álló diákok hogyan viszonyulnak a matematika feladatok megoldásához. A fő célkitűzés annak vizsgálata volt, hogy a tisztán matematikai vagy az alkalmazásszemléletű feladatok oldják-e meg szívesebben, és hogy melyikben érnek el jobb eredményeket. Ebben a cikkben a kapott eredményeket elemzem.

Abstract. On February 11, 2021, I gave a motivational lecture at the Tamás Esze High School in Mátészalka, and I completed a series of test tasks with the students. In this article, I looked for an answer to how students who are about to graduate approach to solving math problems. The main objective was to investigate whether they prefer to solve purely mathematical or application-oriented tasks, and in which one they achieve better results. In this paper, I analyze the results obtained.

Kulcsszavak: modellezés, középiskola, matematikaoktatás, matematika, alkalmazott matematika

Keywords: Models, Grammar School, Teaching Mathematics, Pure Mathematics, Applied Mathematics

Bevezetés

2021. február 4-én egy tesztet írtam a mátészalkai Esze Tamás Gimnáziumban. A tesztet megíró tanulók érettségi előtt álló, 12. osztályosak voltak, és összesen 50 tanuló vet részt a felmérésben. Ezen 50 fő két, azonos létszámú (25-25 fős) osztályt jelentett. A dolgozatokat megíró tanulók általános tantervű diákok voltak, tehát sem emelt szinten nem tanultak matematikát, sem fakultációra nem jártak. Mindkét osztályban ugyanaz a tanár tanította a matematika tantárgyat a megelőző tanévekben, és a diákok átlageredménye a 11. osztály év végi jegyeket figyelembe véve azonos tekinthető. Tehát azt mondhatjuk, hogy két azonos előképzettséggel rendelkező csoport töltötte ki a kérdéseket. [3]

Az egyik osztályban „klasszikus matematikai” szövegezésű feladatok szerepeltek a tesztben, a másikban lényegében ugyanazon (vagy nagyon hasonló) feladatok szerepeltek, viszont itt alkalmazásszemléletű

megfogalmazásban. Ezen utóbbi esetben a diákoknak kellett felállítani a helyes matematikai modellt, és csak azt követően tudták megoldani a matematikai feladatot.

Az az osztály, amelyik az alkalmazásszemléletű feladatokat kapta, a matematikai modell felállítása miatt több időt kapott a feladatok levezetésére. A tisztán matematikai feladatokat megoldó osztály 45, az alkalmazásorientált feladatokat megoldó osztály 60 percet kapott megoldásra.

A matematikai feladatok megoldását megelőzte néhány olyan általános kérdés, amely felmérte az egyes csoportok nemenkénti összetételét, valamint az egyes tanulóknak a matematika tantárgy iránti érdeklődését. [1]

A tanulók matematika iránti érdeklődése

1. kérdés: Mennyire szereted a matematikát jelenleg?

A válaszlehetőségek az alábbiak voltak:

1: egyáltalán nem szeretem a matematikát

2: nem szeretem a matematikát

3: semleges számomra a matematika

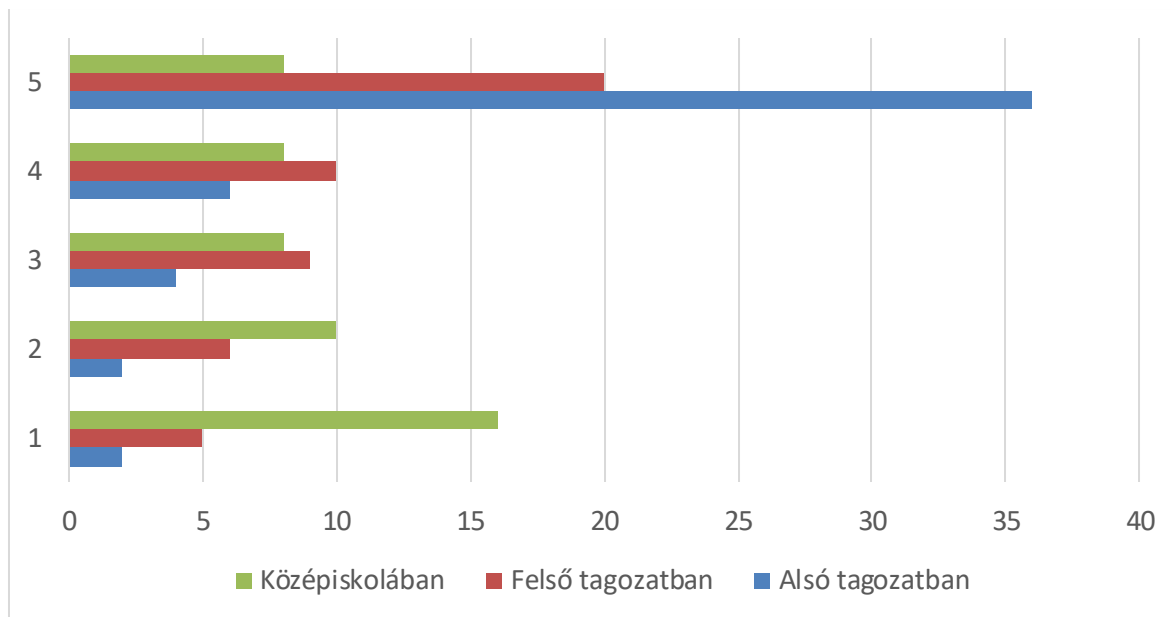
4: szeretem a matematikát

5: nagyon szeretem a matematikát



1. ábra: A tanulók matematika iránti szeretete

2. kérdés: Mennyire szeretted a matematikát korábbi tanulmányaid során?



2. ábra: Mennyire szeretted a matematikát korábban?

Az első két kérdésre adott válaszokból látható, hogy a tanulók az időben előre haladva egyre kevésbé szerették a matematikát.

Általános iskola alsó tagozatában még magasabb volt azon diákok száma, akik nagyon szerették, mint középiskolában.

A középiskolai tanulmányaikra elfogyott a matematikai tantárgy iránti kezdeti lelkesedésük. Ennek valószínűleg több oka is lehet. Az egyik, hogy a tananyag mennyiség egyre növekszik, másrészt pedig, ha valaki valahol elveszíti a fonalat, akkor azt már később csak nagy energiabefektetéssel tudja pótolni. Az ismeretek egymásra épülése miatt a kezdeti lemaradás később egyre inkább fokozódik, ami miatt nem lesz sikerélménye a dolgozatok megírása során, így kevésbé fogja szeretni a matematikát.

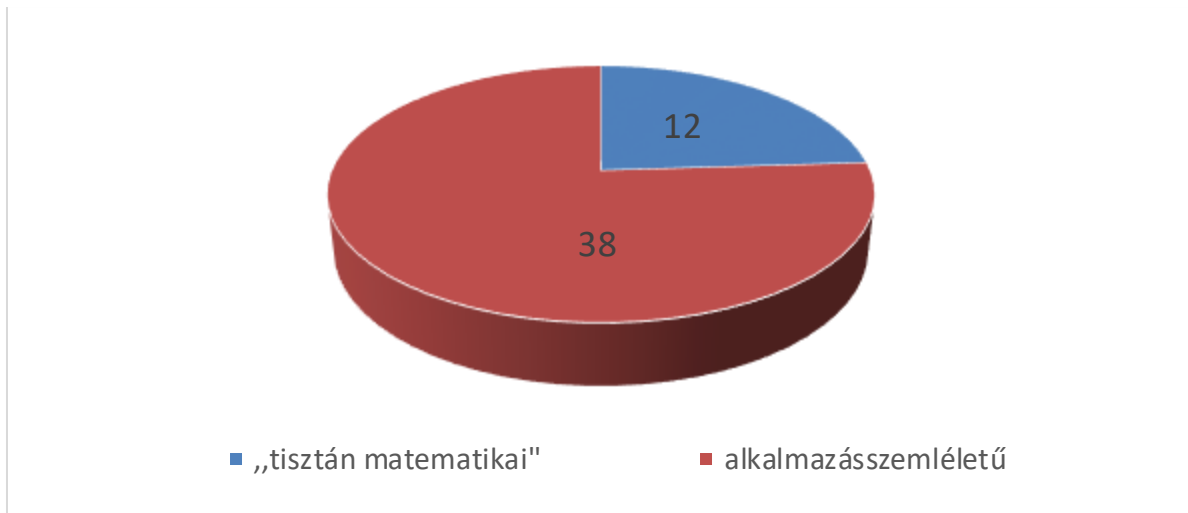
A tanulók elmondása szerint az is oka annak, hogy középiskolában már kevésbé szeretik a matematikát, hogy a tananyag egyre „szárazabb”, túlságosan elméleties, kevés a gyakorlati életből vett példa. A következő kérdésem épp ezt az utóbbi gondolatot vizsgálja.

3. kérdés: Tisztán matematikai, vagy alkalmazásszemléletű feladatokat oldasz-e meg szívesebben?

Az erre a kérdésre adott válaszok alapján a tanulók 76%-a szívesebben old meg alkalmazásszemléletű feladatokat, mint a klasszikus, tisztán matematikai példákat.

A kapott eredmény azt mutatja számunkra, hogy általában szívesebben oldanak olyan típusú matematika feladatokat, ahol a feladat valamilyen gyakorlati életből származó példa, és a matematikát csak eszközként kell használni a matematikai modell felírása után.

A későbbiekben látni fogjuk, hogy bár szívesebben oldanak meg alkalmazásszemléletű példákat, a sikeresség ezen feladatok megoldásában lényegesen alacsonyabb, mint a klasszikus matematikai feladatok esetében.



3. ábra: Az alkalmazásszemléletű feladatok megoldása népszerűbb

Az egyik osztályban megírtatott, tisztán matematikai szövegezésű feladatsor

1. feladat:

Egy sorozat első tagja 12, majd ezt követően minden további tagja hárommal nagyobb, mint az előző tag.

- Milyen típusú sorozatról van szó? Válaszát részletesen indokolja!
- Határozza meg a sorozat 12. tagját!
- Tagja-e ennek a sorozatnak 42? Ha igen, akkor hanyadik tagja? Ha nem tagja, akkor indokolja meg, hogy miért nem!
- Számolja ki a sorozat első 20 tagjának összegét!
- Adja meg azt a legkisebb n egész számot, amelyre az első n tag összege legalább 700. [5]

2. feladat:

Egy sorozat első tagja 3. Minden további tagja 10%-kal nagyobb, mint a megelőző tagja..

- Milyen típusú sorozatról van szó? Válaszát indokolja!
- Határozza meg a sorozat 10. tagját!
- Hanyadik tagtól kezdve lesznek a sorozatelemek az első tagnak legalább a kétszeresei?
- Adja meg a sorozat 30. tagját!
- Számolja ki az első 30 tag összegét! [4]

3. feladat:

Oldja meg a $200\,000 = 120\,000 \cdot 1,08^x$ egyenletet a valós számok halmazán! Ellenőrizze a kapott megoldást!

4. feladat:

Tekintsük az $f(x) = 800 + 15x$ elsőfokú függvényt!

- Határozza meg az $f(30)$ értéket!
- Számolja ki az f függvény helyettesítési értékét az $x = 60$ helyen!
- Adja meg azt az x valós számot, amelyre $f(x) = 3050$ teljesül!
- Vázolja fel az f függvény grafikonját!

5. feladat:

Az $A = (3; 3)$ pontot tükrözzük az x tengelyre. Jelöljük a kapott pontot A' -vel!

- Írja fel az A' és B pontokra illeszkedő e egyenes egyenletét!
- Az e egyenes a P pontban metszi az x tengelyt. Adja meg a P pont koordinátáit!
- Írja fel az A és P pontokra illeszkedő f egyenes egyenletét!
- Számolja ki az e egyenes meredekségét!
- Határozza meg az e egyenes iránytangensét!
- Adja meg az e egyenes irányszögét!

A másik osztályban megíratott, alkalmazásszemléletű feladatsor

1. feladat: [1]

A nyári szünetben egy 700 oldalas könyvet kell elolvasnunk. Az első nap 12 oldalt olvasunk belőle, majd ezután minden nap három oldallal többet olvasunk, mint az előző napon.

- Milyen típusú sorozatot alkotnak az egyes napokon elolvasott oldalak számai?
- Ha tartjuk magunkat ahhoz, amit terveztünk, akkor hány oldalt fogunk olvasni a 12. napon?
- Ha tartjuk magunkat ahhoz, amit terveztünk, akkor hány oldalt fogunk olvasni a 20. napon? (Feltételezve, hogy addig még nem fejeztük be a könyv elolvasását. Amennyiben igen, indokoljon megfelelő módon!)
- Van-e olyan nap, amikor pontosan 42 oldalt olvasunk el a könyvből? Ha igen, akkor ez a könyv elolvasásának megkezdése utáni hányadik nap?
- Hány nap alatt olvassuk el a könyvet?
- Hány oldalt fogunk olvasni az utolsó nap?

2. feladat:

Elhatározzuk, hogy 2021. június 1-jén 3 km-t fogunk futni, majd ezt követően minden nap futni futunk úgy, hogy a napi távolságot 10%-kal növeljük.

- Milyen típusú sorozatról van szó?

- b) Hány kilométert fogunk futni június 10-én?
- c) Melyik napon érjük el először azt, hogy az első napon megtett távolság legalább kétszeresét futjuk le?
- d) Hány kilométert fogunk futni az utolsó napon?
- e) Mennyit fogunk futni a teljes hónapban?

3. feladat:

Le akarjuk cserélni tévénket egy újra, ami 200 000 forintba kerül. Már van 120 000 forintunk. Ha ezt az összeget befektetnénk évi 8%-os kamatos kamatozású bankbetétbe, akkor mennyi idő múlva vehetnénk meg a tévét, feltéve, hogy annak ára nem változik?

4. feladat:

Telefonszámlánk úgy áll elő, hogy 800 forintos havi alapdíjat fizetünk, ezen kívül percenként 15 forintot minden telefonbeszélgetés esetén.

- a) Ha egy hónapban 30 percet telefonálunk, mennyi lesz a telefonszámlánk?
- b) Ha egy hónapban egy órát telefonálunk, mennyi lesz a telefonszámlánk?
- c) Ha a 3050 forintot nem léphetjük túl egy hónapban, akkor hány percet telefonálhatunk maximum?
- d) Ábrázolja a fizetendő összeget a lebeszélte percek számának függvényében!

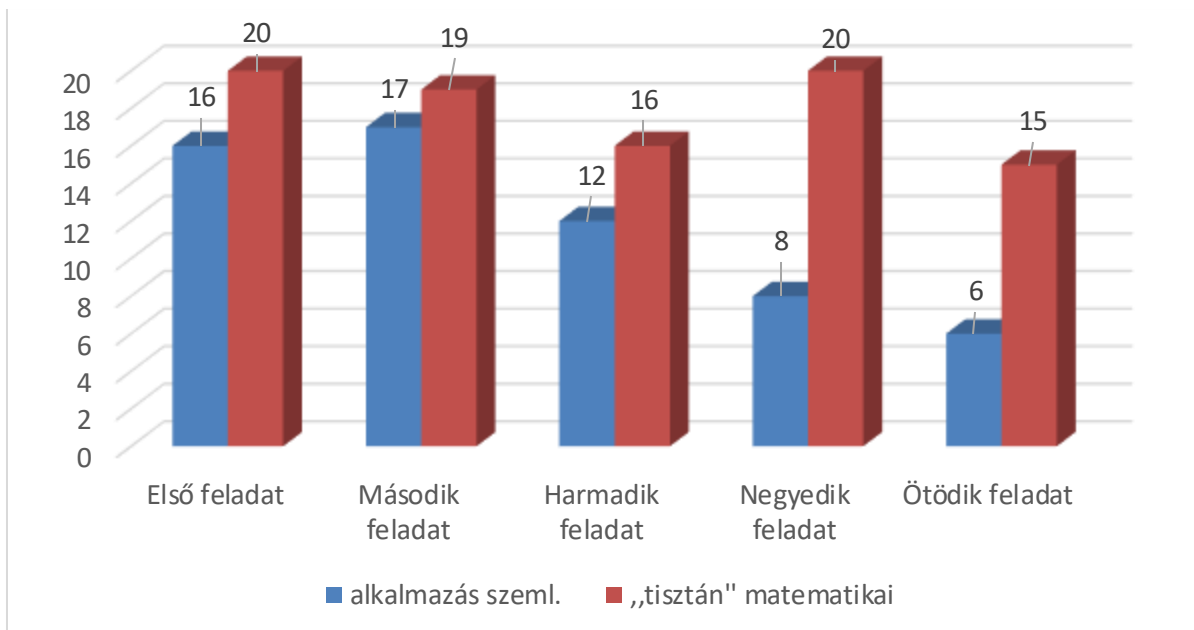
5. feladat:

Egy biliárdasztal egyik sarkához rögzített koordinátarendszerben a piros golyó az $A=(3; 3)$ pontban, a kék golyó a $B=(14; 8)$ pontban áll. A pirossal a falat (x tengelyt) érintve kell eltalálni a kék golyót.

- a) Milyen egyenletű egyenes mentén kell elindítani a piros golyót? Írja fel az egyenes egyenletét! Számításait részletezze!
- b) Adja meg az egyenes iránytangensét!
- c) Határozza meg az egyenes irányszögét!
- d) Határozza meg, hogy a faltól számítva milyen szögben kell indítani a piros golyót?

Az adatok statisztikai elemzése

Ebben a részben a tanulók által beadott levezetések értékelést végzem el statisztikai módszerekkel. A két osztályban az alábbi eredmények születtek a helyesen megoldott feladatok számára:



4. ábra: Az eredmények összehasonlítása

Az eredményekből látható, hogy az alkalmazásszemléletű feladatokat kevesebben oldották meg jól, mint a tisztán matematikai szövegezésű példákat. Különösen nagy volt különbség a hibátlan megoldások számában az utolsó két feladat esetében.

Alátámasztható t-próbával is, hogy a helyesen megoldott feladatok átlagos száma több abban az osztályban, amelyikben nem kellett matematikai modellt felírni.

	„Tisztán matematikai feladatok”	„Alkalmazásszemléletű feladatok”
Várhatóérték	11,8	18
Variancia	23,2	5,5
Megfigyelések	5	5
Feltételezett átlagos eltérés	0	
df	6	
t érték	-2,587830001	
P(T<=t) egyszélű	0,020666114	
t kritikus egyszélű	1,943180281	
P(T<=t) kétszélű	0,041332227	
t kritikus kétszélű	2,446911851	

5. ábra: Kétmintás t-próba

Összefoglalás

Az eredményeket elemezve azt vehetjük észre, hogy a tanulók szívesebben oldanak meg alkalmazásszemléletű feladatokat, mint tisztán matematikai feladatokat, azonban a megoldás sikerességének aránya mégis a tisztán matematikai feladatok megoldása esetén magasabb.

A tanulók szívesen foglalkoznának alkalmazásorientált feladatok megoldásával, azonban a modellalkotó képességük meglehetősen alacsony, ezt mindenképp fejleszteni kell.

Ennek érdekében érdemes lenne minél több alkalmazásszemléletű feladatot megoldaniuk. Ezek iránt a lelkesedésük is nagyobb és a formális gondolkodásuk is fejleszthető. A későbbi egyetemi tanulmányokban pozitív előrelépést jelentene, ha a tanulók már középiskolás korukban elsajátítanák azt a képességet, hogy a mindennapi életben felmerülő problémákat le tudják fordítani a matematika nyelvére. Ez a tudás jobb szakemberré nevelné a tanulókat.

Köszönetnyilvánítás

A cikk az EFOP-3.6.1-16-2016-00022 azonosítószámú, „Debrecen Venture Catapult Program” pályázat támogatásával készült.

Irodalomjegyzék

- [1] Árki T.-Konfárné Nagy K.-Kovács I.-Trembeczki I.-Urbán J., *Sokszínű matematika feladatgyűjtemény megoldásokkal 12. osztály*, Mozaik Kiadó, 2020.
- [2] Horváth Á, *Logikai feladatok középiskolásoknak*, ELTE szakdolgozat, 2012.
- [3] Kézi Cs., *Matematikai modellezés a középiskolában*, Proceedings of the Conference on Problem-based learning in Engineering Education, 2021.
- [4] Kézi Cs., *Példatár a középszintű matematika érettségéhez-több mint 400 feladat+megoldás*, Pedellus Kiadó, 2020.
- [5] www.kooperativ.hu
- [6] www.oktatas.hu



© 2023 by the authors. Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).